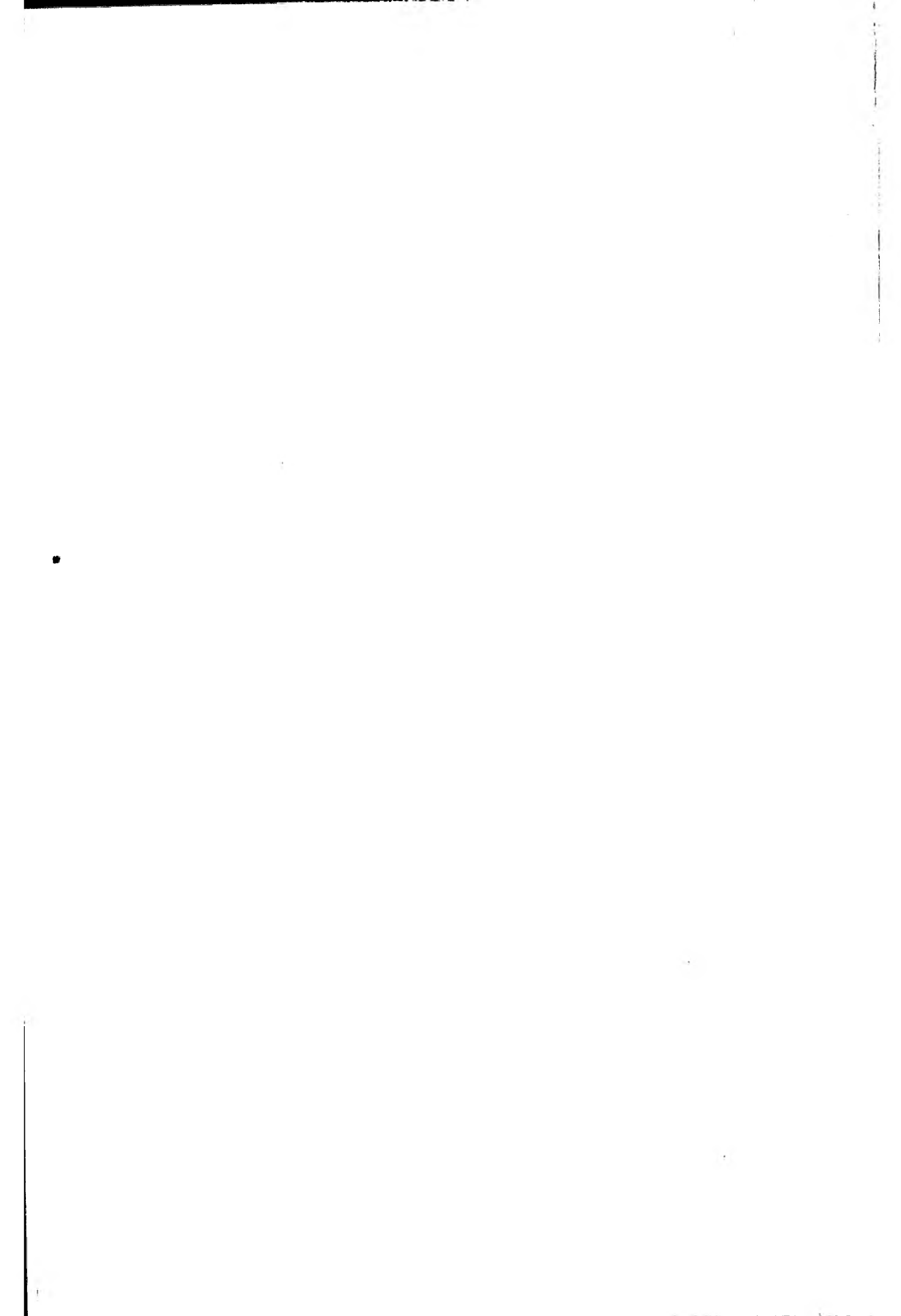


MATHEMATISCHE THEORIE
DER PREISBESTIMMUNG
DER
WIRTSCHAFTLICHEN GÜTER.



MATHEMATISCHE THEORIE
DER PREISBESTIMMUNG
DER
WIRTSCHAFTLICHEN GÜTER.

VIER DENKSCHRIFTEN

GELESEN VOR DER AKADEMIE DER MORALISCHEN UND POLITISCHEN
WISSENSCHAFTEN ZU PARIS UND VOR DER NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT
DES WAADT-LANDES ZU LAUSANNE.

VON

LEON WALRAS,

PROFESSOR DER VOLKSWIRTSCHAFT AN DER AKADEMIE ZU LAUSANNE.



STUTTGART.
VERLAG VON FERDINAND ENKE.

1881.

Druck von Gebrüder Kröner in Stuttgart.

Vorbemerkung des Uebersetzers.

Während des vergangenen Winters in Lausanne, hatte ich Gelegenheit, an der Akademie daselbst einige Collegien, darunter das des Herrn Walras über die *économie politique pure* zu hören. Letztere fesselte mich so, dass ich mich entschloss, die vorliegende Broschüre, welche ein kurzer Abriss davon ist, in das Deutsche zu übertragen.

Als ich die Uebersetzung dem Herrn Walras vorlegte und um sein Urtheil über die Wiedergabe einiger Stellen, bei denen es sprachliche Schwierigkeiten gab, bat, sagte er mir:

Ich erkenne aus diesen Schwierigkeiten, dass es nicht richtig ist, was mir vor einigen Jahren von einem Deutschen gesagt wurde, „es wäre überflüssig, ein solches Werk zu übersetzen, da, wer in Deutschland Volkswirtschaft triebe, auch des Französischen mächtig sei;“ ein anderes Ding ist es, ein Buch lesen und über seinen Inhalt Bescheid wissen, und ein anderes Ding, ein Buch in seinen Einzelheiten verstehen und zu seiner Wiedergabe oder Widerlegung befähigt sein; dies letztere setzt bei dem Leser die eigene nochmalige geistige Durcharbeit des Gelesenen voraus, welche sehr zeitraubend für den mit der fremden Sprache nicht völlig Vertrauten, und auch für den, der sie beherrscht, immerhin vorhanden ist; dagegen durch eine gute Uebersetzung beseitigt wird.

In wie weit es mir gelungen ist, eine solche zu liefern, überlasse ich dem nachsichtigen Leser zu entscheiden; ich habe keinen Werth darauf gelegt, die äusseren Kennzeichen der Uebersetzung, d. h. die Eigenthümlichkeiten der französischen Redeweise, zu verwischen; wohl aber bin ich bemüht gewesen, durch eine präzise und konsequente Terminologie den Geist des Originals treu zu wahren.

Ich enthalte mich, den Werth des Buches zu beurtheilen; dagegen nehme ich Gelegenheit, für meine Person hier zu erklären, dass ich die von dem Herrn Walras eingeschlagene wissenschaftliche Methode für Epoche machend in der Geschichte der Wirthschaftslehre erachte, und von der Anwendung seiner Theorie in der Volkswirtschaftskunst einen Umschwung unserer wirtschaftlichen Verhältnisse zum Besseren voraussehe. Von diesem Gesichtspunkt aus erscheint mir in der That Herr Walras der Keppler der Volkswirtschaft, der die Gesetze derselben, die einst von einem deutschen Gelehrten gleichen Geistes, H. H. Gossen, gleich einem Kopernikus geahnt und ausgesprochen wurden, in unumstösslicher Form beweist und ein für alle Mal feststellt.

Lausanne, im Februar 1881.

Ludwig von Winterfeld.

V o r w o r t.

Unter dem gemeinsamen Titel *Mathematische Theorie der Preisbestimmung der wirthschaftlichen Güter* vereinige ich nachstehend eine Reihe von vier Denkschriften, welche der Reihe nach wie folgt betitelt sind: — *Prinzip einer mathematischen Theorie des Tausches — Gleichungen des Tausches — Gleichungen der Produktion — Gleichungen der Kapitalisirung und des Kredites*; die erste wurde im August 1873 vor der Akademie der moralischen und politischen Wissenschaften zu Paris gelesen und in der Januar-Ausgabe 1874 des *Comptendu des séances et travaux* dieser Akademie sowie in der April-Nummer des *Journal des Économistes* abgedruckt; die drei letzten wurden in der naturwissenschaftlichen Gesellschaft des Waadtlandes zu Lausanne vorgetragen und in den Nummern 76 und 77 des *Bulletin* dieser Gesellschaft veröffentlicht.

Die beiden ersteren Denkschriften dieser Reihe fassen den ersten Theil meiner *Éléments d'économie politique pure* zusammen, welche vor zwei Jahren erschienen sind. Die beiden letzteren fassen den zweiten Theil desselben Werkes zusammen, welcher, wie ich hoffe ¹⁾, im nächsten Jahre erscheinen wird. Da verschiedene Umstände, darunter meine Wahl zum Rektor der Akademie von Lausanne und ein wenig befriedigender Gesundheitszustand, das Erscheinen jenes zweiten Theiles verzögert haben, habe ich mich aus mehreren Gründen entschieden, durch Veröffentlichung dieser vier Denkschriften einen vorläufigen Ersatz zu schaffen. Die Frage der Anwendung der Mathematik auf die Volkswirtschaftslehre, bezüglich deren ich, vor drei Jahren noch, nur einige theils völlig unbekannt gebliebene, theils völlig vergessene Versuche kannte, ist heute eine von den hervorragendsten Gelehrten in England, der Schweiz, Holland, Italien, Deutschland, Dänemark und Ungarn eifrig studirte Frage. Ich habe hiervon persönlich Kenntniss und entspringt

¹⁾ Dieser zweite Theil ist wirklich 1877 erschienen.

daraus für mich eine von Tag zu Tag wachsende Privat-Korrespondenz. In einer solchen Zeitlage glaubte ich, wie ich von vornherein eingestehen will, nicht länger zögern zu sollen, die durch meine Untersuchungen geförderten Ergebnisse niederzulegen. Schon musste ich dem Herrn Jevons, Professor zu Manchester, die Priorität der Nützlichkeits-Kurven und der Gleichung des Maximal-Genusses zugestehen; da wünschte ich nun, mich derjenigen der anderen Formeln oder Theoreme, zu denen ich gelangt bin, zu versichern. Andererseits erschien mir eine vollständige mathematische Theorie der wirtschaftlichen Güter, d. h. eine vollständige mathematische Theorie der Bestimmung: 1) der Preise der Produkte, 2) der Preise der produktiven Einkünfte oder der Pacht, des Lohnes und des Zinses, 3) des Zinsfusses des Rein-Einkommens und deshalb der Preise der produktiven Kapitalien: eine Theorie, die auf ihre wesentlichen Elementen zurückgeführt und jeder wirtschaftlichen oder mathematischen Bestreitung überhoben sein würde, in jeder Beziehung geeignet, die Aufmerksamkeit ernster Geister, die sich gegenwärtig in Europa damit beschäftigen, eine exakte Methode in die Wissenschaft vom Wohlstand der Menschheit einzuführen, auf sich zu ziehen und zu beschäftigen. Schliesslich, und um nichts ungesagt zu lassen, habe ich auch den Wünschen des Herrn Boccardo, Professor zu Genua, genügen wollen, der gelegentlich eines der Anwendung der Mathematik auf die Volkswirtschaftslehre gewidmeten Bandes seiner *Biblioteca dell' Economista*, das Verlangen ausgesprochen hatte, meine Theorie darin aufzunehmen.

Dies sind die verschiedenen Absichten, die mich bei der Vervollständigung der Reihe dieser Denkschriften geleitet haben, und ich spreche der naturwissenschaftlichen Gesellschaft des Waadtlandes meinen Dank aus, dass sie mir dieselben durch Aufnahme meiner Mittheilungen unter diejenigen ihrer mathematischen Abtheilung in der schnellsten und leichtesten Weise zu erreichen gestattet hat.

Schloss Glerolles bei St. Saphorin, Waadt (Schweiz)

August 1876.

L. W.

I.

Prinzip einer mathematischen Theorie des Tausches¹⁾.

§. 1. Aufstellung des Problems des Tausches und der Produktion. Mathematischer Charakter der reinen Volkswirtschaftslehre.

Es ist eine zwischen den Nationalökonomien noch nicht entschiedene Frage, ob die Volkswirtschaftslehre eine eigentliche Wissenschaft oder eine angewandte Wissenschaft ist. Ich meinerseits glaube nicht etwa, dass sie das eine und das andere zu gleicher Zeit wäre (denn eine Wissenschaft vermag nicht zu gleicher Zeit eigentliche und auch angewandte Wissenschaft zu sein), sondern, dass man zu verstehen hat einerseits unter dem Namen *reine Volkswirtschaftslehre*: das einfache Studium der natürlichen und nothwendigen Wirkungen der freien Konkurrenz auf dem Gebiete der Produktion und des Tausches, und andererseits unter dem Namen *angewandte Volkswirtschaftslehre*: die Darlegung des Einklanges dieser Wirkungen mit dem allgemeinen Besten und folglich die genaue Aufzählung der Anwendungen des Grundsatzes der freien Konkurrenz auf die Landwirtschaft, die Gewerbe, den Handel und den Kredit.

→ Ist es nicht wirklich nothwendig, zum wenigsten zu wissen, welches die Folgen des *laisser-faire, laisser-passer* sind, um sagen zu dürfen, dass diese Folgen gut und vortheilhaft sind? Diese Nothwendigkeit ist so einleuchtend, dass sie sich sogar denjenigen Nationalökonomien fühlbar macht, die der reinen Volkswirtschaftslehre ihr Dasein bestreiten. Auch sie treiben reine Volkswirtschaftslehre, mischen sie aber unter die angewandte Volkswirtschaftslehre dergestalt, dass unsere Aufgabe weniger darin besteht, das Dasein jener Wissenschaft zu bestätigen, als sie zu sondern und ihr Objekt, ihren Charakter, ihre Methode zu präzisiren.

¹⁾ Denkschrift gelesen vor der Akademie der moralischen und politischen Wissenschaften zu Paris in den Sitzungen vom 16. und 23. August 1873.

Stellen wir uns zu dem Zweck ein Land vor, in welchem in bestimmten Mengen gewisse Produktions-Elemente oder *Dienste* gegeben sind, nämlich *Grund und Boden, Menschen und Kapitalien*, und in welchem man sich dafür entscheidet, von einem gewissen Augenblick an die Produktion und den Tausch sich vollziehen zu lassen unter der Herrschaft der freien Konkurrenz, des vollständigsten, unbeschränktesten *laisser-faire, laisser-passer*, ganz unabhängig von jeder Erwägung des Interesse oder der Gerechtigkeit; ich will durchaus nicht sagen, weil man es so für nützlicher oder gerechter hält; sondern einzig und allein um zu sehen, was erfolgen wird. Nun gut, ohne das Experiment abzuwarten, darf man sagen, dass in diesem Lande nach Verlauf einer gewissen Zeit dieses Zustandes sich nothwendiger Weise drei Dinge ereignen müssten.

1) Es würde gewisse Arten von Produkten in bestimmten Mengen geben: so und soviel Hektoliter Hafer, so und soviel Hektoliter Weizen, so und soviel Pfund Kaffee, u. s. w. Selbstverständlicher Weise würde man durch die Statistik über diese verschiedenen Mengen von Produkten mehr oder weniger gut berichtet sein; doch so viel steht fest, dass dieselben in jedem Augenblick durchaus bestimmt, d. h. mathematische Grössen sind.

2) Alle diese Produkte würden einen bestimmten Preis haben, d. h. sie würden gegenseitig in ganz bestimmten Quant-Verhältnissen ausgetauscht werden, z. B. 1 hl Weizen gegen 2 hl Hafer oder gegen 10 Pfund Kaffee u. s. w. Wohl verstanden, würden diese Preise mehr oder weniger von einem Moment zum anderen schwanken; darum aber bleibt es nicht minder wahr, dass auch sie in jedem Augenblick durchaus bestimmt, d. h. mathematische Grössen sind.

3) Endlich würden auch alle im Lande vorhandenen Produktions-Elemente gleichfalls einen bestimmten oder mathematischen Preis haben: jenes Stück Land würde zu dem und dem Preise zu kaufen, zu dem und dem zu miethen sein; der Arbeitslohn jenes Arbeiters würde pro Tag so und so hoch sein; der Zins des Kapitals würde so und so viel Prozent betragen.

Hierin bestehen nun die natürlichen und nothwendigen Wirkungen der freien Konkurrenz auf dem Gebiete der Produktion und des Tausches. Das Studium dieser Wirkungen sollte, nach meiner Ansicht, in abgesonderter Weise, unabhängig von jeder Anwendung, und ohne Rücksicht auf deren Folgen durchgeführt werden. Es umfasst übrigens ein im hohen Grade weites und verwickeltes Problem, welches man behufs leichterer Lösung, wie ich glaube, in zwei andere theilen könnte.

Lassen wir, um später darauf zurückzukommen, zunächst den Umstand, dass Hafer, Weizen, Kaffee u. s. w. Produkte sind, bei Seite; sehen wir in ihnen nichts als Waaren, die auf einem Markt ausgetauscht werden, und suchen wir das Verhältnis, welches zwischen den Mengen dieser Waaren und ihren Preisen unter dem Obwalten der freien Konkurrenz besteht. Dies ist

das erste Problem und bildet das Objekt der *mathematischen Theorie des Tausches*; man würde es vielleicht mit folgenden Worten aussprechen können: *Gegeben sind die Quanta der Waaren; gesucht wird das System der Gleichungen, deren Wurzeln die Preise dieser Waaren sind.*

Steht diese erste Theorie einmal fertig da, so wollen wir alsdann den wesentlichen Umstand mit in die Betrachtung ziehen, dass die in Frage stehenden Waaren aus dem Zusammenwirken der produktiven Dienste hervorgehen, und wollen das verwickeltere Verhältnis suchen, welches zwischen den Mengen dieser produktiven Dienste und den Mengen der fabrizirten Produkte und den Preisen sowohl jener Dienste, wie dieser Produkte besteht, immer unter der Voraussetzung, dass für Produktion und Tausch die freie Konkurrenz obwaltet. Dies ist das andere Problem und bildet das Objekt der *mathematischen Theorie der Produktion*; man würde es vielleicht mit folgenden Worten aussprechen können: *Gegeben sind die Quanta der produktiven Dienste; gesucht wird das System der Gleichungen, deren Wurzeln 1) die Quanta der Produkte, 2) die Preise dieser Produkte und 3) die Preise der produktiven Dienste sind.*

So angesehen erscheint die *Theorie der Preisbestimmung der wirtschaftlichen Güter* oder die *reine Volkswirtschaftslehre* deutlich mit dem Charakter einer eigentlichen und zwar physisch-mathematischen Wissenschaft. Sollte indessen dieser Charakter der Volkswirtschaftslehre bis heute niemals zuerkannt worden sein? keineswegs. Es steht ausser allem Zweifel, dass die Physiokraten der Volkswirtschaftslehre schon ganz den Charakter einer physischen Wissenschaft gegeben haben. Sie haben ihn nicht nur mit Recht der reinen Volkswirtschaftslehre, sondern auch — meiner Ansicht nach mit Unrecht — der angewandten Volkswirtschaftslehre gegeben. Und haben nicht alle jene englischen Nationalökonomten, von Ricardo an bis auf J. S. Mill, die reine Volkswirtschaftslehre wie wirkliche Mathematik behandelt? Gewiss! Ihr einziger Fehler, möchte ich wohl sagen, war, dass sie diesen Zweig der Mathematik in der gewöhnlichen Umgangssprache zu entwickeln trachteten und aus diesem Grunde nur unter Schwierigkeiten und ohne völligen Erfolg damit zu Rande kamen.

M. Cournot war der erste, welcher frei und ernstlich die Mathematik auf die Volkswirtschaftslehre anzuwenden versuchte. Er that dies in seinem Buche: — „*Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*“, welches 1838 erschien, meines Wissens indessen niemals von einem französischen Autor kritisirt worden ist. Ich für mein Theil bin nunmehr seit einer Reihe von Jahren ebenfalls beschäftigt, die reine Volkswirtschaftslehre als eine physisch-mathematische Wissenschaft auszuarbeiten. Ich bin hierauf gekommen, wiewohl ich von anderen wirtschaftlichen Grundsätzen ausging und andere mathematische Beweise benutzte als Cournot. Er geht aus vom Monopol und endigt in unbegrenzter Konkurrenz; und ich glaube, es ist vorzuziehen, von der unbegrenzten Konkurrenz, als dem allgemeinen Fall, auszugehen und

bei dem Monopol, dem besonderen Fall zu endigen. Er wendet in der Regel die höhere Analysis an; und mir ist es geglückt, nur die elementaren Formeln der analytischen Geometrie zu benutzen; zum wenigsten genügen sie zur Begründung meiner Theorie. Sonach stören sich unsere Untersuchungen nicht, und ich glaube sagen zu dürfen, dass ich ihm nichts als seine Methode
* entlehnt habe; doch dies ist schon viel und es lag mir deshalb am Herzen den Urheber eines denkwürdigen Versuches hier zu erwähnen, über den bisher nirgends ein Urtheil ausgesprochen wurde und dem also, wie ich zu sagen wage, nicht gebührende Gerechtigkeit zu Theil geworden ist.

§. 2. Austausch zweier Waaren.

Von den beiden Problemen, in welche ich die Volkswirtschaftslehre zusammengefasst habe, werde ich hier nur das erste behandeln. Auch will ich hier nicht die mathematische Theorie des Tausches entwickeln, sondern nur das Prinzip, auf dem sie beruht. Wir folgen der gewöhnlichen Methode, wenn wir zunächst den Austausch zweier Waaren unserer Betrachtung unterziehen, ehe wir den Austausch irgend einer beliebigen Anzahl von Waaren studiren; übrigens ist voranzusehen, dass durch Einführung eines Werthmassstabes und der Münze der zweite Fall sich theilweise auf den ersten wird zurückführen lassen. Setzen wir also zwei beliebige Waaren voraus, nehmen wir z. B. Hafer und Weizen an, oder bezeichnen wir sie selbst noch abstrakter mit (A) und (B). Und stellen wir uns einen Markt vor, auf dem von der einen Seite Leute eintreffen, welche ein Quantum der Waare (A) haben und gewillt sind, einen Theil davon zu veräußern, um sich dafür ein Quantum von der Waare (B) zu verschaffen; und auf dem von der anderen Seite Leute eintreffen, die ein Quantum der Waare (B) haben und gewillt sind, einen Theil davon zu veräußern, um sich dafür ein Quantum der Waare (A) zu verschaffen. Nehmen wir an, dass sich dieser Tausch des Hafers gegen Weizen oder des (A) gegen (B) schliesslich in dem Verhältnis 2 : 1 vollzieht, mit anderen Worten, dass der Preis von (A) in (B) $\frac{1}{2}$, und umgekehrt von (B) in (A) 2 ist. Welches sind die bedingenden Ursachen dieser Preise? Diese Frage soll uns beschäftigen.

Wir hören hier von allen Seiten: — die Preise sind bestimmt durch das Verhältnis des Angebotes und der Nachfrage. Das ist auch wirklich das, was die gegenwärtige Wissenschaft darauf antwortet. Unglücklicher Weise ist nun das, wie schon M. Cournot bemerkt hat, eine Antwort, die zwar nicht geradezu ungenau ist, so sehr auch der Ausdruck dehnbar und unbestimmt ist; die aber völlig falsch werden kann und falsch wird, sobald man sie Wort für Wort auf die Waagschale legt. Was ist „Angebot“? Ist es das gesammte, auf den Markt, gebrachte Quantum der Waare? Meinetwegen. Und was ist „Nachfrage“? Ist es das gesammte Quantum der Waare, welches

zur völligen Befriedigung der Bedürfnisse aller auf dem Markte befindlichen Tauscher erforderlich wäre? Ich bin bereit, dies anzunehmen. Nur, wenn man hernach dem Worte „Verhältnis“ seinen mathematischen Sinn beilegen wollte, d. h. es dem Worte „Quotient“ gleichsetzen wollte, bin ich gezwungen zu erklären, dass der Preis weder das Verhältnis des Angebotes zur Nachfrage, noch das der Nachfrage zum Angebot ist. Er ist ganz etwas anderes, was ich sogleich zeigen werde.

Bedenken wir, dass diese Preise, welche die umgekehrten Verhältnisse oder Quotienten der ausgetauschten Waaren-Quanta sind, mathematische Grössen sind. Der Preis des Hafers in Weizen oder von (A) in (B) ist $\frac{1}{2}$; dies will sagen, man erhält 1 von (A) für 0,50, und nicht für 0,45 oder für 0,55 von (B). In gleicher Weise ist der Preis des Weizens in Hafer oder von (B) in (A) 2; dies will sagen man erhält 1 von (B) für 2 und nicht für 1,95, oder für 2,05 von (A). Wir haben also, wenn dies möglich ist, eine Theorie zu finden, die mit wissenschaftlicher Schärfe die jene Preise bedingenden Ursachen angiebt, oder zu schweigen; doch in keinem Fall dürfen wir Ausdrücke gebrauchen, die unter der Aussenseite wissenschaftlicher Schärfe nur Unklarheit und Unsicherheit verbergen. Nun wohl! Ich weiss, viele Leute meinen und äussern, dass die fraglichen Ursachen sich uns entzögen oder sich doch zum wenigsten der Berechnung entzögen. Doch hüten wir uns hierbei vor Irrthümern. Vielleicht wird einst einmal die Anwendung der Mathematik auf die Volkswirtschaftslehre in gewissen gegebenen Fällen gestatten, an die Stelle der mechanisch auf dem Markt sich vollziehenden Preissteigerung und -Herabsetzung die Berechnung zu setzen. Doch wie dem auch sei, nicht um derartige numerische Anwendungen handelt es sich hier. Alleinige Aufgabe der mathematischen Theorie des Tausches, deren Prinzip ich hier gebe, ist der mathematische Ausdruck jenes Mechanismus der freien Konkurrenz. Ohne Zweifel giebt es auch bei dieser Anwendung der Analysis, die ihrem Wesen nach abstrakt, allgemein und theoretisch ist, einen Punkt, wo die Berechnung aufhören muss in Folge der Vielfältigkeit und Verschiedenheit der individuellen Verfügungen, und der Thatsache der Entschlussfreiheit. Doch hoffe ich deutlich zu machen, dass wir, ehe wir soweit sind, in der Theorie des Tausches und der Preise das Gesetz des Angebotes und der Nachfrage viel weiter verfolgen können, als dies bis jetzt geschehen ist.

§. 3. Definition des Marktes und der Konkurrenz. Nachfrage-Kurven.

Vor allem haben wir den Mechanismus jener freien Konkurrenz präzise zu definiren, deren Walten wir auf unserem Markte voraussetzen. Versetzen wir uns zu dem Ende auf irgend einen freien Markt und sehen wir, wie er sich gestaltet. Begeben wir uns z. B. auf den Kornmarkt und legen wir uns gewissenhaft von allen Vorgängen auf demselben Rechnung ab. Vielleicht ist

oben der schwierigste Theil der physisch-mathematischen Wissenschaften, der Wirklichkeit die Erfahrungsdata zu entnehmen, auf welche wir hernach im Geiste die Reihe der logischen Folgerungen aufbauen.

Der Markt beginnt; man ruft 20 Fr. als Preis des Hektoliters aus. Hierauf bieten diejenigen Verkäufer, die ihre Waare zu 20 Fr. oder weniger losschlagen wollen, ein gewisses Quantum Weizen zum Preise von 20 Fr. an. Wir wollen das so gemachte Angebot eines bestimmten Quantums der Waare zu einem bestimmten Preise *effektives Angebot* oder kurz *Angebot* nennen. Andererseits fragen diejenigen Käufer, welche zu 20 Fr. oder mehr zuschlagen wollen, nach einem gewissen Quantum Weizen zum Preise von 20 Fr. Wir wollen diese Nachfrage eines bestimmten Quantums Waare zu einem bestimmten Preise *effektive Nachfrage* oder kurz *Nachfrage* nennen.

Wir haben nunmehr drei Fälle zu unterscheiden, je nachdem das Angebot *gleich* der Nachfrage, oder *grösser* oder *kleiner* ist.

1. Fall. Man fragt zu 20 Fr. nach einem Quantum, das demjenigen gleich ist, welches zu demselben Preise angeboten wird. Käufer und Verkäufer finden genau ihr *Gegenstück*. Der Kurs von 20 Fr. hält sich; es herrscht *Markt-Stabilität* oder *-Gleichgewicht*.

2. Fall. Die Käufer finden nicht ihr *Gegenstück*; dies beweist, dass dasjenige Quantum Weizen, nach welchem zum Preise von 20 Fr. gefragt wird, grösser ist als das zum gleichen Preise angebotene Quantum. Diejenigen Käufer, welche noch 20,05 Fr. oder mehr zu zahlen bereit sind, fragen darnach zu diesem Preise. Sie treiben die Preise in die Höhe.

Aus dieser *Preissteigerung* folgt vermuthlich zweierlei: 1) Die Käufer zu 20 Fr., welche zu 20,05 Fr. nicht mehr kaufen wollen, ziehen sich zurück. 2) Die Verkäufer zu 20,05 Fr., die zu 20 Fr. nicht verkauft haben, bleiben übrig. Sonach gleicht sich aus doppeltem Grunde der Gegensatz zwischen der Nachfrage und dem Angebot aus. Wenn die Gleichheit hergestellt ist, so hört die *Mausse* auf; wenn nicht, so steigt die Vertheuerung von 20,05 Fr. auf 20,10 Fr., von 20,10 Fr. auf 20,15 Fr. bis zur Herstellung der Gleichheit zwischen Angebot und Nachfrage. Dann herrscht von neuem Gleichgewicht bei einem höheren Kurse.

3. Fall. Die Verkäufer finden nicht ihr *Gegenstück*; dies beweist, dass das Quantum Weizen, welches zum Preise von 20 Fr. geboten wird, grösser ist als das nach welchem zu diesem Preise gefragt wird. Diejenigen Verkäufer, welche schon zu 19,95 Fr. die Waare losschlagen wollen, bieten zu diesem Preise an. Sie drücken die Preise herab.

Aus dieser *Preisherabsetzung* folgt vermuthlich zweierlei: 1) Die Verkäufer zu 20 Fr., welche zu 19,95 Fr. nicht mehr verkaufen, ziehen sich zurück. 2) Es bleiben noch die Käufer zu 19,95 Fr., welche zu 20 Fr. noch nicht gekauft hatten. Der Gegensatz zwischen Angebot und Nachfrage gleicht sich aus durch *Baisse* von 19,95 Fr. auf 19,90 Fr., oder wenn es erforderlich

ist, von 19,90 Fr. auf 19,85 Fr. bis zur Herstellung der Gleichheit. Nunmehr tritt von neuem Gleichgewicht bei einem niederen Kurse ein.

Wir wollen nun das Phänomen der Preise studiren, wie es sich unter diesen strengen Bedingungen der freien Konkurrenz abspielt; wir nehmen hierbei von den kleinen verwirrenden Nebenumständen vorläufig Abstand, wie dies auch in der Physik und Mechanik gelegentlich des Widerstands des Mediums, der Reibung u. s. w. geschieht, unter dem Vorbehalte, dieselben später in die Formeln einzuführen. Auch ziehen wir die Einführung der Münze hier nicht in Betracht. Um eine genaue Vorstellung vom Mechanismus der Konkurrenz zu gewinnen, mussten wir sie freilich einem von denjenigen Märkten entlehnen, wo Kauf und Verkauf sich im Austausch der Waaren gegen Gold und Silber vollzieht; indessen ist es klar, dass die Einführung der Münze, eine so grosse Vereinfachung sie auch in der Praxis ist, für die Theorie eine Verwickelung ist, die vorläufig fern gehalten werden muss. Kehren wir also zum direkten Austausch von Weizen gegen Hafer zurück und prüfen wir zunächst die Geneigtheit zum Tauschen bei den Besitzern der einen wie der anderen Waare.

Greifen wir z. B. von all den Weizen-Besitzern einen heraus. Dieser Mann hat wohl Weizen, aber keinen Hafer; er hat den Wunsch, einen gewissen Theil für sich zu behalten, und ist geneigt, den Rest gegen Hafer für seine Pferde umzutauschen. Was das Quantum anbetrifft, welches er behalten und welches er umtauschen will, so hängt dies vom Preise des Hafers und zwar desjenigen Hafer-Quantums ab, welches er in Berücksichtigung seines Preises fordert. Warum? Hier die Antwort: Bei dem Preise Null, d. h. wenn für 1 hl Hafer Null hl. Weizen zu zahlen wäre, — mit anderen Worten, wenn der Hafer umsonst wäre, — wird unser Mann Hafer nach Bedarf fordern, d. h. ein genügendes Quantum für alle Pferde, die er hat oder auch haben könnte, falls die Ernährung der Pferde nichts kostete. Bei den Preisstufen

$\frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \dots$, d. h. wenn er für 1 hl Hafer $\frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \dots$

hl Weizen zu zahlen hätte, würde er stufenweise seine Nachfrage verringern. Zu den Preisen 1, 2, 5, 10 ..., d. h. wenn er 1, 2, 5, 10 ... hl Weizen für 1 hl Hafer zu zahlen hätte, würde er seine Nachfrage noch weiter verringern. Bei einem bestimmten Preise schliesslich, z. B. bei dem Preise 100, d. h. wenn er 100 hl Weizen für 1 hl Hafer zu zahlen hätte, würde unser Mann gar keinen Hafer mehr wollen, weil er bei diesem Preise kein Pferd mehr ernähren könnte oder wollte. Es ist also zweifellos, dass bei diesem ganzen Tausch die Nachfrage nach Hafer sich stets in dem Masse vermindert, als der Preis sich vermehrt: Von einem gewissen Quantum bei dem Preise Null fällt sie allmählich auf Null bei einem gewissen Preise.

Hierin ist die Geneigtheit des ersten Besitzers zum Tauschen ausgedrückt. Geht er selbst in Person auf den Markt, so braucht er sich vorher über diese

Geneigtheit nicht Rechenschaft abzulegen, sondern er kann sich vorbehalten, seine Nachfrage erst zu formuliren, nachdem ihm der Preis bekannt geworden ist. Doch ist darum diese Geneigtheit nicht weniger faktisch vorhanden. Aber wenn z. B. der Besitzer verhindert wäre, sich in Person auf den Markt zu begeben, oder wenn er aus diesem oder jenem Grunde einem Freunde seinen Auftrag oder einem Agenten seine Verhaltensmassregeln zu geben hätte, so müsste er alle möglichen Preise von 0 bis ∞ , oder wenigstens von Null bis zum höchsten möglichen Preise vorausbedenken, und für jeden seine entsprechende Nachfrage im Voraus feststellen, und dies in irgend einer Form ausdrücken. Dies würde keine Schwierigkeit haben; er hätte die Wahl zwischen der arithmetischen, der geometrischen und der algebraischen Darstellungsform.

1) *Arithmetische Form.* Man schreibt sämtliche Preise in eine Kolonne, daneben in eine zweite die entsprechenden Nachfragen.

2) *Geometrische Form.* In einem Koordinaten-System (Fig. 1) bedeute die horizontale Axe Op die *Axe der Preise*, die vertikale Od die *Axe der Nachfragen*. Auf der *Axe der Preise* trage man vom Anfangspunkt O aus die Längen $Op'_n, Op''_n \dots$ an, entsprechend den verschiedenen möglichen Preisen des Hafers in Weizen oder von (A) in (B). Auf der *Axe der Nachfragen* trage man, ebenfalls vom Anfangspunkt O aus, die Länge $Oa_{n,1} \dots$ an, entsprechend dem Quantum Hafers oder (A)'s, welches von unserem Besitzer (1) des Weizens oder (B)'s zum Preise Null gesucht werden würde; und auf den Parallelen zu dieser *Axe*, die durch die Punkte $p'_n, p''_n \dots$ gezogen sind, trage man von jenen Punkten aus Längen $p'_n a'_{n,1}, p''_n a''_{n,1} \dots$ an, entsprechend den zu den bezüglichen Preisen $p'_n, p''_n \dots$ gehörigen gesuchten Quanta von Hafer oder (A). Die Länge $Oa_{n,1}$ mag denjenigen Preis darstellen, bei welchem unser Mann keinen Hafer mehr kauft. Man ziehe die Kurve $a_{n,1} a'_{n,1} a''_{n,1} \dots a_{p,1}$.

3) *Algebraische Form.* Die Gleichung der eben gezeichneten Kurve $d_n = f_{n,1}(p_n)$ giebt durch Rechnung die jedem Preise entsprechende Nachfrage.

Ich setze hier den Ausdruck der Geneigtheit zum Tauschen in der geometrischen Form voraus, die durchaus auf den Fall des Austausches zweier Waaren unter einander anwendbar ist, und die durch die graphische Darstellung der Grössen durch Linien und Flächen den unschätzbaren Vorthiel bietet, gewissermassen ein Bild von dem Vorgang des Phänomens zu geben. Unter Anwendung dieser Darstellungsweise werde ich zeigen: 1) Wie die Markt- oder Gleichgewichts-Preise sich aus den Nachfrage-Kurven ergeben und 2) Wie die Nachfrage-Kurven selbst sich aus der Nützlichkeit und dem Quantum der Waaren ergeben. Hieraus wird erhellen, welches Verhältnis zwischen Nützlichkeit und Quantum der Waaren einerseits und deren Markt-Preisen andererseits besteht.

§. 4. Wie die Markt- oder Gleichgewichts-Preise sich aus den Nachfrage-Kurven ergeben.

Wir hätten also die Geneigtheit zum Tauschen seitens des Besitzers (1) von (B) geometrisch ausgedrückt durch die Kurve $a_{a,1} a_{p,1}$; in gleicher Weise finden wir für alle anderen Besitzer (2), (3)... von (B) die Kurven $a_{a,2} a_{p,2}$, $a_{a,3} a_{p,3}$, ... In gleicher Weise sind wir im Stande, auch diejenigen Kurven zu finden, welche die Geneigtheit zum Tauschen auf (B) seitens der verschiedenen Besitzer von (A) geometrisch ausdrücken.

Ist dies geschehen, so sind wir im Stande, mathematisch das allgemeine Problem zu lösen, welches lautet: *Gegeben sind zwei Waaren (A) und (B), sowie die gegenseitigen Nachfrage-Kurven dieser beiden Waaren; gesucht sind die bezüglichen Gleichgewichts-Preise.*

A priori lässt sich sagen, dass dies Problem durch das mathematische Verfahren, zum wenigsten theoretisch, augenscheinlich lösbar ist, wie es tatsächlich auf dem Markt, d. h. in der Praxis, durch das empirische Verfahren der Hausse und Baisse gelöst wird. Auf unserem Markte haben wir die Anwesenheit der Käufer und Verkäufer selbst vorausgesetzt, doch ist dieselbe nicht erforderlich: geben sie nur ihre Anweisungen an Agenten, so wird sich der Tausch zwischen den letzteren vollziehen. Es giebt sogar in der Praxis solche Märkte, wo unter der alleinigen Beteiligung von Agenten, Bevollmächtigten, Geschäftsreisenden u. s. w. Käufe und Verkäufe im Bietungsverfahren abgeschlossen werden; und diese Märkte sind nachweislich für die Konkurrenz am günstigsten organisirt. Nichts würde uns also hindern können, unsern Markt so anzunehmen. Doch ist für die Theorie die Anwesenheit der Agenten etwa nöthiger, als die der Tauscher selbst? Nicht im geringsten. Jene Agenten sind die schlichten Ausführungsmaschinen der ihnen schriftlich gegebenen Anweisungen: statt sich auf das öffentliche Bietungsverfahren einzulassen, können sie gerade so gut jene Anweisungen einem Rechner übergeben und dieser letztere wird den Gleichgewichts-Preis, vielleicht nicht ganz so schnell, sicherlich aber genauer ermitteln, als dies bei dem Mechanismus der Hausse und Baisse der Fall ist. Wir sind nun dieser Rechner; unsere Nachfrage-Kurven verbildlichen die Anweisungen der Tauscher; man lässt uns alle erforderliche Zeit; wir müssen also zur mathematischen Bestimmung der Gleichgewichts-Preise gelangen können.

Der Markt- oder Gleichgewichts-Preis ist derjenige, für welchen die Gesamt-Nachfrage und das Gesamt-Angebot einer jeden der beiden Waaren einander gleich sind. Nun haben wir aber die Einzel-Nachfragen in unseren Kurven. Addiren wir alle diese Einzel-Kurven $a_{a,1} a_{p,1}$, $a_{a,2} a_{p,2}$, $a_{a,3} a_{p,3}$... indem wir die Ordinaten $p'_a a'_1$, $p'_a a'_2$, $p'_a a'_3$... für die eine und dieselbe Abscisse Op'_a summiren, so erhalten wir eine Gesamt-Kurve $A_a A_p$ (Fig. 2),

die geometrisch die Geneigtheit der gesamten Besitzer von (B) zur Nachfrage von (A) ausdrückt. Es ist dies die *Gesamt-Nachfrage-Kurve* von (A) in (B) als Funktion des Preises von (A) in (B). In gleicher Weise würden wir die Kurve $B_1 B_2$ erhalten, welches die Gesamt-Nachfrage-Kurve von (B) in (A) als Funktion des Preises von (B) in (A) sein würde. Nunmehr im Besitz der Gesamt-Nachfrage beider Waaren, wollen wir zunächst daraus ihr Gesamt-Angebot ableiten und darnach untersuchen, für welchen Preis Gleichheit von Angebot und Nachfrage herrscht.

Wir verstehen unter effektiver Nachfrage und unter effektivem Angebot, wie oben gesagt ist, die Nachfrage und das Angebot eines bestimmten Quantum Waare zu einem bestimmten Preise. Es besteht nun ein sehr einfaches Verhältnis zwischen der so definirten Nachfrage und dem so definirten Angebote. Denn, z. B. 18 hl. Hafer zum Preise $1\frac{1}{2}$ in Weizen suchen, dies heisst doch thatsächlich, $9 = 18 \cdot \frac{1}{2}$ hl. Weizen bieten zum selben Preise von $\frac{1}{2}$ Hafer in Weizen, oder zum Preise 2 von Weizen in Hafer. Allgemein ausgesprochen, D_a Einheiten von (A) zum Preise p_a von (A) in (B) suchen, dies heisst $O_b = D_a p_a$ Einheiten von (B) zum selben Preise p_a von (A) in (B), oder zum Preise $p_b = \frac{1}{p_a}$ von (B) in (A) bieten; mit anderen Worten: *Das Angebot einer Waare gegen eine andere ist gleich der Nachfrage dieser anderen Waare, multipliziert mit ihrem Preise in der ersteren.*

Da dies so ist, so stellt die Kurve $A_1 A_2$, welche das effektiv gesuchte Quantum von (A) als Funktion des Preises von (A) in (B) giebt, auch das effektiv angebotene Quantum von (B) als Funktion desselben Preises von (A) in (B) dar. Sie verbildlicht die Nachfrage von (A) durch die Länge der Ordinate, und das Angebot von (B) durch den Inhalt des Rechteckes, welches jene Ordinate zur Höhe und die zugehörige Abscisse zur Breite hat, da dieses Rechteck das Produkt aus der Nachfrage und dem Preise ist. In gleicher Weise bietet uns die Kurve $B_1 B_2$, sowohl die Nachfrage von (B) wie das Angebot von (A) als Funktionen des Preises von (B) in (A). Was haben wir nun zu thun? Wir haben, so zu sagen, entweder die Angebot-Kurve von (B) aus der Nachfrage-Kurve von (A), oder die Angebot-Kurve von (A) aus der Nachfrage-Kurve von (B) herauszuziehen dergestalt, dass dieses Angebot von (B) oder (A) uns nicht mehr gegeben ist durch den Inhalt eingeschriebener Rechtecke und als Funktion der Preise von (A) in (B) oder von (B) in (A), sondern durch die Länge von Ordinaten und als Funktion der Preise von (B) in (A) oder von (A) in (B).

(Wo es sich um Anwendung der Mathematik auf die Physik und die Naturwissenschaften im Allgemeinen und auf die reine Volkswirtschaftslehre im Besonderen handelt, sind zwei Dinge zu unterscheiden: der Ansatz der Gleichungen aus den gegebenen physischen Phänomenen und die Ausrechnung des gemachten Ansatzes. Damit unsere Folgerungen richtig seien, ist zweierlei

erforderlich: der Ansatz muss richtig sein, und die darauf gegründeten Rechnungen müssen richtig sein. Die erste Operation, könnte man sagen, ist Sache des Naturalisten, die zweite Sache des Mathematikers. Ich stelle mir hier die Aufgabe, sorgfältig den Ansatz der wirtschaftlichen Phänomene zu machen, soweit sie die Frage des Tausches betreffen, und halte es für unnütz, auch die Ausrechnung der gemachten Ansätze hier mit hineinzuziehen. Das mathematische Problem, welches hier in Frage kömmt, ist übrigens ein Problem der analytischen Geometrie ohne jede Schwierigkeit. Ich gehe ohne Umweg an seine Lösung.)

Die Kurve der Gesamt-Nachfrage von (B) ist eine Kurve $B_0 B_p$, algebraisch ausgedrückt durch die Gleichung $D_b = F_b(p_b)$; die *Angebot-Kurve* von (A) — nicht zu verwechseln mit jener Nachfrage-Kurve von (B), welche das Angebot von (A) durch die Flächen der Rechtecke aus den Koordinaten, als Funktion von p_b , gab; sondern eine von dieser verschiedene Kurve, welche jenes Angebot von (A) durch die Längen der Ordinaten, als Funktion von p_a , giebt — ist eine auf unserer Figur punktirte Kurve KLM, algebraisch ausgedrückt durch die Gleichung $O_a = F_a\left(\frac{1}{p_a}\right) \frac{1}{p_a}$; sie geht aus von Null für einen unendlichen grossen Preis von (A) in (B), dem ein unendlicher kleiner Preis von (B) in (A) entspricht, d. h. die Axe der Preise ist eine Asymptote der Kurve; sie steigt dann in dem Masse, wie sie sich dem Anfangs-Punkt nähert für die fallenden Preise von (A) in (B), welchen steigende Preise von (B) in (A) entsprechen; sie erreicht ein Maximum L; dann fällt sie, immer noch sich dem Anfangs-Punkte nähernd, und wird Null für einen Preis OK von (A) in (B), der die Umkehrung des Preises OB_p von (B) in (A) und die Abscisse des Punktes B_p ist, in welchem die Kurve $B_0 B_p$ die Axe der Preise schneidet.

Die Kurve der Gesamt-Nachfrage von (A) ist eine Kurve $A_0 A_p$, algebraisch ausgedrückt durch die Gleichung $D_a = F_a(p_a)$; die *Angebot-Kurve* von (B) ist eine Kurve NPQ, algebraisch ausgedrückt durch die Gleichung $O_b = F_b\left(\frac{1}{p_b}\right) \frac{1}{p_b}$, analog der vorigen.

Nach diesen Betrachtungen ist es klar, dass die Preise $p_a = 1/2$, $p_b = 2$, welche nach Voraussetzung die Abscissen der beiden Punkte (A) und (B) sind, wo die beiden Kurven $A_0 A_p$ und KLM einerseits und $B_0 B_p$ und NPQ andererseits sich schneiden, dass diese Preise diejenigen sind, für welche Angebot und Nachfrage einer jeden der beiden Waaren (A) und (B) gleich sind, d. h. es sind die Gleichgewichts-Preise, oder die Markt-Preise. Für alle Preise von (A) in (B), die grösser als $p_a = 1/2$ sind, bzw. für alle Preise von (B) in (A), die kleiner als $p_b = 2$ sind, wird das Angebot von (A) grösser als die Nachfrage, und die Nachfrage von (B) grösser als das Angebot sein. Und umgekehrt, für alle Preise von (A) in (B), die kleiner als $p_a = 1/2$ sind,

bezw. für alle Preise von (B) in (A), die grösser als $p_b = 2$ sind, wird die Nachfrage von (A) grösser als das Angebot, und das Angebot von (B) grösser als die Nachfrage sein. Im ersten Fall würde das Gleichgewicht nur durch eine Hausse von p_b herstellbar sein, was eine Baisse für p_a bedeuten würde. Im zweiten Fall würde nur eine Hausse von p_a dazu führen, was eine Baisse für p_b bedeuten würde.

So ergeben sich, wenn die Nachfrage-Kurven gegeben sind, die Preise mathematisch.

§. 5. Wie die Nachfrage-Kurven sich aus der Nützlichkeit und dem Vorrath ergeben.

Somit wäre unser erstes Problem gelöst; ich gehe über zum zweiten, welches lautet: *Gegeben sind zwei Waaren (A) und (B) und die Nützlichkeit einer jeden von beiden Waaren für jeden der Tauscher, sowie auch der Vorrath eines jeden Besitzers von jeder Waare; es sollen die Nachfrage-Kurven bestimmt werden.*

Es möchte wohl scheinen, als verliesse ich hiermit entschieden das wissenschaftliche Gebiet und verirrte mich in das Gebiet der einer Berechnung sich entziehenden Ursachen; ich hoffe das Gegentheil zu beweisen. Von den beiden Ursachen, welche ich vorausgesetzt habe, ist zunächst die eine durchaus bestimmbar: nämlich der Vorrath eines jeden Besitzers an jeder Waare. Die andere, die Nützlichkeit einer jeden Waare für jeden Tauscher, steht indessen wirklich weder mit dem Raum noch mit der Zeit in irgend welchem unmittelbaren und messbaren Verhältnis. Es scheint sonach auf den ersten Blick, als wäre uns aus diesem Grunde hier Halt! geboten. Doch nein! Dieser Umstand, welcher offenbar jedes numerischen Ausdrucks spottet, ist trotzdem eines streng mathematischen Ausdruckes fähig. Führt man doch auch in der Physik, in der Mechanik Grössen, z. B. die Massen, in die Berechnung ein, die doch ebenfalls keineswegs unmittelbar messbar sind. Verfahren wir ebenso! Nehmen wir für einen Augenblick an, dass die Nützlichkeit unmittelbar messbar sei; und wir werden uns genau und mathematisch Rechnung ablegen können von dem Einfluss, den sie im Verein mit dem Vorrath auf die Nachfrage-Kurven und hierdurch auf die Preise ausübt.

Ich setze also voraus, dass es einen Massstab der Dringlichkeit der Bedürfnisse, d. h. der intensiven Nützlichkeit giebt, der nicht nur für die ähnlichen Einheiten einer und derselben Gattung von wirtschaftlichen Gütern, sondern für die verschiedenen Einheiten aller möglichen Gattungen von wirtschaftlichen Gütern derselbe ist. Ich bezeichne nun in einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Fig. 3) die senkrechte Axe mit Oq und die wagrechte Axe mit Or . Auf der ersteren, Oq , trage ich vom Punkt O aus eine Länge $O\beta_{q,1}$ ab, welche das Gesamt-Quantum von (B) darstellt, welches der Besitzer (1) zu

consumiren im Stande wäre, wenn er es zu seiner Verfügung hätte. Diese Länge $O\beta_{q,1}$ stellt die *extensive Nützlichkeit* der Waare (B) für den Besitzer (1) dar, und giebt die Ausdehnung des Bedürfnisses, welches jener Besitzer (1) nach der Waare (B) empfindet, an. Doch alle Einheiten oder Bruchtheile von Einheiten, aus welchen das in Frage stehende Quantum von (B) besteht, haben für den Besitzer (1) nicht gleiche Dringlichkeit. Deshalb nehme ich an, dass das Quantum $O\beta_{q,1}$ in eine gewisse Anzahl von Stufen $Oq, qq', q'q'' \dots$ getheilt ist, von denen jede eine gleichmässige Dringlichkeit besitzt, und deren Quanta von dem Besitzer (1) allmählich consumirt werden würden, wenn er sie zu seiner Verfügung hätte. Ferner, trage ich auf der zweiten Axe Ox , bzw. auf den durch die Punkte $q, q' q'' \dots$ zu ihr gezogenen Parallelen, die Längen $O\beta_{r,1}, q'r', q'r'' \dots$ an, welche die *intensiven Nützlichkeiten* einer jeden Gruppe von Einheiten oder von Bruchtheilen darstellen, aus denen das Quantum $O\beta_{q,1}$ besteht. Ich bilde die Rechtecke $OqR\beta_{r,1}, qq'R'r', q'q''R''r'' \dots$. So erhalte ich die Kurve $\beta_{r,1}, R'r'R''r''R'' \dots \beta_{q,1}$. Diese Kurve ist stetig oder unstetig; sie ist unstetig, wenn $Oq, qq', q'q'' \dots$ nicht unendlich kleine Grössen sind; sie ist stetig im entgegengesetzten Falle, und deckt sich dann mit der Kurve $\beta_{r,1}, r'r'' \dots \beta_{q,1}$. Uebrigens hebe ich hervor, dass in beiden Fällen die intensive Nützlichkeit abnimmt von der Dringlichkeit $O\beta_{r,1}$ an, die sich auf die erste Einheit oder deren Bruchtheil bezieht, bis zur Dringlichkeit Null, die sich auf die letzte consumirte Einheit oder deren Bruchtheil bezieht.

Die Kurve $\beta_{r,1} \beta_{q,1}$ ist die *Nützlichkeits- oder Bedürfnis-Kurve* der Waare (B) für den Besitzer (1). Man würde auf gleiche Weise die Kurve $\alpha_{r,1} \alpha_{q,1}$ erhalten als *Nützlichkeits- oder Bedürfnis-Kurve* der Waare (A) für denselben Besitzer. Diese Kurven haben ausserdem noch einen doppelten Charakter.

Nennen wir *effektive Nützlichkeit* oder kurz *Genuss* die Gesamt-Summe der Bedürfnisse, welche ihrer Ausdehnung und Dringlichkeit nach durch einen *Vorrath* an Waare befriedigt worden sind, so ist die Kurve $\beta_{r,1} \beta_{q,1}$ die Kurve des Genusses als Funktion des Vorrathes von (B) für unseren Besitzer. So ist für einen Vorrath q_b — in der Figur die Länge Oq_b — der Genuss dargestellt durch die Fläche $Oq_b \beta_{r,1}$. Und nennen wir *Seltenheit* die Dringlichkeit des letzten durch einen *Vorrath* an Waare befriedigten Bedürfnisses, so bedeutet die Kurve $\beta_{r,1} \beta_{q,1}$ die Kurve der Seltenheit als Funktion des Vorrathes von (B) für dessen Besitzer selbst. Sonach würde für einen Vorrath q_b — in der Figur die Länge Oq_b — die Seltenheit dargestellt sein durch die Länge $q_b \rho$. Ebenso würde die Kurve $\alpha_{r,1} \alpha_{q,1}$ die Kurve des Genusses und der Seltenheit als Funktion des Vorrathes von (A) sein. Deshalb kann ich auch die beiden Axen des Koordinaten-Systems *Axe der Seltenheiten* und *Axe der Vorräthe* nennen. Es muss zugegeben werden, ich wiederhole es, dass die Seltenheit wächst, wenn der Vorrath abnimmt, und umgekehrt.

Nach der Beschaffenheit unserer Bedürfnis-Kurven und nach den Eigen-

thümlichkeiten, welche wir ihnen bei ihrer Konstruktion zuerkant haben, würde unser Mann, wenn er seine q_b Einheiten von (B) alle für sich behielte, um sie selbst zu consumiren, sich eine Gesamt-Summe von Genüssen verschaffen, die durch die Fläche $Oq_b, p\beta_{r,1}$ dargestellt wird. Im Allgemeinen wird wohl dieser Mann dies nicht gerade thun, da er sich eine grössere Gesamt-Summe von Genüssen verschaffen kann, wenn er nur einen Theil seines Vorrathes selbst consumirt und den Ueberschuss gegen ein gewisses Quantum der Waare (A) zum Marktpreise umtauscht. Wenn er z. B. bei dem Preise p_a von (A) in (B) nur y Einheiten von (B) für sich behält, und den Ueberschuss $o_b = q_b - y$ gegen d_a Einheiten von (A) austauscht, so würde er sich eine Gesamt-Summe von Genüssen verschaffen, die durch die beiden Oberflächen $Oy\beta_{r,1}$ und $Od_a\alpha_{r,1}$ dargestellt wird und vielleicht grösser wie die erstere ist. Man ist berechtigt, den Grundsatz auszusprechen, dass er bestrebt sein wird, sich die möglichst grosse Gesamt-Summe von Genüssen zu verschaffen und dass somit, da p_a gegeben ist, d_a durch die Bedingung bestimmt wird, dass die Summe der beiden Flächen $Oy\beta_{r,1}$, $Od_a\alpha_{r,1}$ ein Maximum sei.

Was bedeutet diese Bedingung? Ich wiederhole hier, was ich schon weiter oben sagte, dass, bei einer Abhandlung von der Art der vorliegenden, der Schwerpunkt in der Aufstellung der gegebenen wirthschaftlichen That-sachen liegt, und dass wir uns bei der Ausrechnung des gewonnenen Ansatzes hier nicht aufzuhalten haben. Ich spreche also hier sofort die gesuchte *Bedingung des Maximal-Genusses aus: sie ist erfüllt, wenn das Verhältnis der Dringlichkeiten der letzten befriedigten Bedürfnisse oder das der Seltenheiten nach dem Tausche gleich dem Preise ist.* Ich will den wissenschaftlichen Beweis hier nicht führen; man bedarf dazu der Infinitesimal-Rechnung; ich will nur für einen Einzelfall den Beweis führen, der in seiner Art genügend sein wird.

Bedeute (B) Weizen und (A) Hafer; sei $p_a = 1/2$ der Preis des Hafers in Weizen. Unser Besitzer kann gleich zu Anfang seinen letzten halben Liter Weizen gegen einen ersten Liter Hafer austauschen. Er verzichtet somit auf eine gewisse Genuss-Fläche in Weizen; doch er verschafft sich eine gewisse Genuss-Fläche in Hafer. Wenn die Genuss-Fläche, die er sich verschafft, grösser ist als die Genuss-Fläche, auf die er verzichtet, so ist dieser erste Einzel-Tausch vortheilhaft. Es ist möglich, dass es noch Vortheil für ihn bietet, 1, 2, 3... halbe Liter Weizen gegen 1, 2, 3... Liter Hafer auszutauschen. Doch so viel ist gewiss, dass die Genuss-Flächen des Weizens, auf welche er verzichtet, in dem Masse grösser werden, als sich sein Weizen-Vorrath verringert, während umgekehrt die Genuss-Flächen des Hafers, die er sich verschafft, sich in dem Masse verringern, als sein Hafer-Vorrath zunimmt. Sonach werden die Einzel-Tausche immer weniger vortheilhaft; an einer gewissen Grenze würden sie selbst aufhören vortheilhaft zu sein und

unvortheilhaft werden. Zwischen dem letzten noch vortheilhaften und dem ersten schon unvortheilhaften Einzel-Tausch vollzieht sich ein Tausch, — der unendlich klein ist oder nicht; dies ist gleichgiltig, — vor oder nach welchem man Halt machen sollte, weil dort das Genuss-Maximum statthaben würde. Doch dieser Tausch — gleichgiltig, ob unendlich klein oder nicht — würde derjenige sein, für welchen die Einzel-Genuss-Flächen gleich sein würden, während die Grundlinien dieser Flächen die Seltenheiten darstellen und im reziproken Verhältnis, ihrer Höhen stehen würden, welche die ausgetauschten Quanta darstellen; dies würde, mit anderen Worten, derjenige Tausch sein, vor und nach welchem die Dringlichkeit des letzten Weizen-Genusses doppelt so gross wäre als die Dringlichkeit des letzten Hafer-Genusses.

Sonach entspricht jedem Preise p , von (A) in (B) eine Nachfrage d , welche den Maximal-Genuss gewährt, und auf diese Weise ist auch in Folge dessen die Nachfrage-Kurve als Funktion des Preises bestimmt.

§. 6. Analytische Definition des Austausches zweier Waaren. Die Seltenheit als Ursache des Tauschwerthes.

Die Nützlichkeits-Kurven und die Waaren-Vorräthe sind also, in letzter Linie, die nothwendigen und genügenden Voraussetzungen zur Aufstellung der Markt- oder Gleichgewichts-Preise. Aus diesen Voraussetzungen ergeben sich mathematisch in erster Linie die Einzel- und Gesamt-Nachfrage-Kurven. Und aus den Einzel- und Gesamt-Nachfrage-Kurven ergeben sich mathematisch in zweiter Linie die Markt- oder Gleichgewichts-Preise. Die Nachfrage-Kurven ergeben sich mathematisch aus den Nützlichkeits-Kurven und den Waaren-Vorräthen auf Grund der Thatsache, dass jeder Besitzer die Maximal-Befriedigung seiner Bedürfnisse zu erreichen sucht. Und die Preise ergeben sich mathematisch aus den Nachfrage-Kurven auf Grund der Thatsache, dass auf dem Markt nur ein Preis herrschen kann, nämlich der, für welchen die Gesamt-Nachfrage gleich dem Gesamt-Angebot ist; mit anderen Worten daraus, dass jeder empfangen muss im Verhältnis zu dem, was er giebt, und geben muss, im Verhältnis zu dem, was er empfängt.

Also: — *Der Austausch von zwei Waaren unter einander auf einem Markte, wo freie Konkurrenz waltet, ist eine Operation, durch welche alle Besitzer der einen wie der anderen Waare sich denjenigen Maximal-Genuss verschaffen, welcher verträglich ist mit der Bedingung, dass sie in einem gemeinsamen und identischen Verhältnis von der Waare, welche sie verkaufen, hingeben und von der Waare, welche sie kaufen, empfangen.*

Das Haupt-Objekt der Theorie der Preisbestimmung der wirtschaftlichen Güter besteht darin, diese These zu verallgemeinern und zu zeigen, dass sie sich auf den Tausch von mehreren Waaren unter einander ebenso wie auf den von zweien bezieht, und dass sie ihre Anwendung auf die freie

Konkurrenz ebenso bezüglich der Produktion wie bezüglich des Tausches findet. Das Haupt-Objekt von *q* - Lehre der Produktion der wirthschaftlichen Güter besteht darin, die Folgerungen dieser Theorie zu ziehen und zu zeigen, wie sich aus derselben die Regel für die Organisirung der Landwirthschaft, der Gewerbe und des Handels ableitet. Man kann wohl sagen, sie enthält im Keime die gesammte Volkswirtschaftslehre, die reine, wie die angewandte. Für den Augenblick hebe ich nur eine Folgerung hervor, die mich im besonderen Grade interessirt.

v_a und v_b seien die Tauschwerthe, p_a und p_b seien die Markt- oder Gleichgewichts-Preise; $r_{a,1}, r_{b,1}, r_{a,2}, r_{b,2}, r_{a,3}, r_{b,3} \dots$ seien die Seltenheiten der Waaren (A) und (B) oder die Dringlichkeiten des letzten befriedigten Bedürfnisses dieser Waaren nach dem Tausch für die Besitzer (1) (2) (3) . . . so ergibt sich:

$$p_a = \frac{v_a}{v_b} = \frac{r_{a,1}}{r_{b,1}} = \frac{r_{a,2}}{r_{b,2}} = \frac{r_{a,3}}{r_{b,3}} = \dots$$

$$p_b = \frac{v_b}{v_a} = \frac{r_{b,1}}{r_{a,1}} = \frac{r_{b,2}}{r_{a,2}} = \frac{r_{b,3}}{r_{a,3}} = \dots$$

was wir mit den Worten aussprechen können:

Die Markt- oder Gleichgewichts-Preise sind gleich den Quotienten der Seltenheiten.

Oder in anderer Form:

Die Tauschwerthe sind proportional den Seltenheiten.

Es war dies die Theorie meines verstorbenen Vaters und Lehrers, dass die Seltenheit die Ursache des Tauschwerthes sei. Er hat diese schon 1831 in seinem Buche: — „De la nature de la richesse et de l'origine de la valeur“, ausgesprochen, und hat sie weiter aufrecht erhalten in einem „Mémoire sur l'origine de la valeur d'échange“, die er im September 1849 an diesem selben Platze hier verlas und die in die Sammlung der Arbeiten der Akademie aufgenommen ist. Mein Vater definirte die Seltenheit durch die doppelte Bedingung der Nützlichkeit und der Beschränkung des Quantum. Aber — ich lege Werth darauf, dies festzustellen — die so definirte Seltenheit fällt strikt zusammen mit derjenigen Seltenheit, die wir hier gefunden haben, d. h. mit der Dringlichkeit des letzten befriedigten Bedürfnisses. Es würde in der That nicht von Dringlichkeit des letzten befriedigten Bedürfnisses die Rede sein können, wenn kein Bedürfnis da wäre, wenn die Waare weder extensive noch intensive Nützlichkeit hätte, wenn sie *unnütz* wäre. Und die Dringlichkeit des letzten befriedigten Bedürfnisses wäre Null, wenn die Waare, trotzdem sie eine Nützlichkeits-Kurve haben mag, in einem Quantum vorhanden wäre, welches grösser wäre als die extensive Nützlichkeit, wenn sie *dem Quantum nach unbeschränkt* wäre. Meine „Seltenheit“ ist also durchaus dieselbe, wie die „Seltenheit“ meines Vaters. Nur das eine habe ich hinzugefügt, dass sie als eine mathematische Grösse aufzufassen ist, und dass der Tauschwerth nicht allein aus ihr stammt und sie begleitet, sondern sich nothwendiger

Weise an ihr misst. Wenn aber mathematisch bewiesen ist, dass die Seltenheit und der Tauschwerth zwei sich begleitende un' proportionale Phänomene sind, so ist auch mathematisch bewiesen, dass die Seltenheit die Ursache des Tauschwerthes ist.

Der Tauschwerth ist eine abhängige Thatsache, die Seltenheit ist eine unabhängige Thatsache. Wenn von den beiden vorhandenen Waaren (A) und (B) die eine unnütz würde oder, wiewohl sie nützlich bliebe; dem Quantum nach unbeschränkt würde, so würde sie nicht mehr sein und hätte keinen Tauschwerth mehr. In diesem Falle würde auch die andere ihren Tauschwerth einbüßen, aber sie würde darum nicht aufhören selten zu sein; ja, sie würde sogar für jeden der verschiedenen Besitzer einen höheren oder geringeren Grad von Seltenheit besitzen.

Ich sage für jeden der verschiedenen Besitzer. Und, in der That, es ist wesentlich, dies noch zu bemerken, um jeder Verwirrung zwischen der Seltenheit und dem Tauschwerthe vorzubeugen: der Tauschwerth ist sachlich oder objektiv, er liegt in den Dingen; die Seltenheit liegt in uns; sie ist persönlich oder subjektiv. Es existirt nichts, was an sich die Seltenheit der Waare (A) oder (B) wäre, noch weniger etwas, was an sich das Verhältnis der Seltenheit von (A) zu der Seltenheit von (B) oder das Verhältnis der Seltenheit von (B) zu der Seltenheit von (A) wäre. Was wirklich vorhanden ist, das sind die Seltenheiten der Waaren (A) und (B) für die Besitzer (1), (2), (3)... dieser beiden Waaren und das gegenseitige Verhältnis der Seltenheiten von (A) zu den Seltenheiten von (B) oder das gegenseitige Verhältnis der Seltenheiten von (B) zu den Seltenheiten von (A) für jene Besitzer. Nur wo es sich um einen bestimmten Mann handelt, darf man, gestützt auf einen streng durchgeführten Vergleich zwischen der Seltenheit, dem Genuss und dem Vorrath einerseits, mit der Geschwindigkeit, dem durchlaufenen Raum und der dazu gebrauchten Zeit andererseits, die Seltenheit definiren als den Differential-Quotienten des Genusses, genommen nach dem Vorrath, genau so, wie man die Geschwindigkeit definirt als den Differential-Quotienten des durchlaufenen Raumes, genommen nach der dazu gebrauchten Zeit.

Bei dieser Folgerung bleibe ich heute stehen. Vielleicht wird sie genügend sein, um die Wichtigkeit einer Methode zu erweisen, welche die präzisen Definitionen, die wissenschaftliche Strenge der Schlüsse der reinen Mechanik in die reine Volkswirtschaftslehre einführt und hierdurch eine mathematische Lösung gestattet, nicht nur derjenigen Fragen der angewandten Volkswirtschaftslehre, über welche die Nationalökonomien schon lange einig sind, sondern auch derjenigen — und ihre Zahl ist gross genug — über welche die Ansichten noch zum grossen Schaden der Wissenschaft und des wirtschaftlichen Fortschrittes getheilt sind.

Correspondenz

zwischen Herrn Jevons und Herrn Walras¹⁾.

Professor LÉON WALRAS, Lausanne.

Manchester, 12. May 1874.

My dear Sir,

Pray accept my best thanks for your kindness in sending me a copy of your Memoir and for the very courteous letter in which you draw my attention to it. When your letter came I had indeed already noticed in the *Journal des Économistes* your very remarkable theory. I felt the greater interest in the subject because my own speculations have led me in the same direction, now for the last twelve years or more. It is satisfactory to me to find that my theory of exchange, which when published in England was either neglected or criticized, is practically confirmed by your researches. I do not know whether you are acquainted with my writings on the subject. All the chief points of my mathematical theory were clear to my own mind by the year 1862 when I drew up a brief account of it, which was read at the meeting of the British Association at Cambridge as you will learn from the Report of the meeting (Reports of sections, p. 158). A very brief abstract was then alone inserted in the report, but the original paper was printed in the Journal of the London Statistical Society in 1866, vol. XXIX, p. 282. I beg to forward you by book post a copy of this paper. Finally in 1871 I caused to be published by Mess^{rs} Macmillan & C^o an octavo volume called the »Theory of Political Economy« in which is given a full explanation of the theory with the aid of mathematical symbols. I shall be glad to learn whether you are yet acquainted with this work. Since if you are not I shall be happy to present you with a copy.

¹⁾ Einige Zeit nach den Erklärungen, welche in den beiden vorstehenden Briefen enthalten sind, haben die Herren Jevons und Walras entdeckt, dass der Ausdruck der Nützlichkeit in Gestalt einer Funktion oder Kurve und die Bedingung des durch den Tausch zu erlangenden Maximums von Nützlichkeit bereits sehr eingehend in einem Werke behandelt worden war, welches betitelt ist: — *Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs und der daraus fließenden Regeln für menschliches Handeln*, von Herrmann Heinrich Gossen, Königlich preussischem Regierungs-Assessor ausser Dienst. (Braunschweig, Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn. 1854.) So ist also dieser Ausgangspunkt aller mathematischen Volkswirtschaftslehre zu drei Malen unabhängig von einander von drei verschiedenen Autoren begründet worden, von denen der Zeit nach der erste ein Deutscher ist.

Anmerkung des Uebersetzers.

You will find I think that your theory substantially coincides with and confirms mine, although the symbols are differently chosen and thus are incidental variations. You will see that the whole theory rests on the notion (§ 8 of paper) that the *utility* of a commodity is not proportional to its quantity; what you call the *rarety* of a commodity appears to be exactly what I called the *coefficient of utility* at first, and afterwards the *degree of utility*, which as I also explained was really the *differential coefficient* of the utility considered as a function of the quantity of commodity.

The *theory of exchange* is given in § 14 of my paper, and may be considered to be contained in one sentence: »An equation may thus be established on either side between the utility gained and sacrificed at the ratio of exchange of the whole commodities, upon the last increments exchanged.«

Now in my book of 1871 I show fully how this theory may be expressed in symbols. If there be two persons A and B, of whom A holds the quantity a of one commodity, and B holds b of another, then I give the equation of exchange in the form

$$\frac{\varphi_1 (a - x)}{\psi_1 y} = \frac{y}{x} = \frac{\varphi_2 x}{\psi_2 (b - y)}$$

in which x is the unknown quantity which A gives to B in exchange for y .

It follows that $\frac{y}{x}$ is equivalent to your p_a or p_b , namely the price current or ratio of exchange. Again $\varphi_1 (a - x)$ means the *degree of utility* of the first commodity remaining to A, and $\psi_1 y$ means the *degree of utility* of so much as he has handed over (*sic*) to B. Now these degrees of utility are exactly equivalent to your *rareties*, and your equation $p_a = \frac{r_{a,1}}{r_{b,1}}$ is identically the same in meaning with my own form of statement. Indeed when the meaning of the terms are explained, your proposition »Les prix courants ou prix d'équilibre sont égaux aux rapports des raretés« is seen to coincide precisely with my theory, except that you do not point out how many equations are requisite or how many unknown quantities there are.

The publication of your paper as it now stands is very satisfactory in so far as it tends to confirm my belief in the correction of the theory, but it might lead to misapprehensions as to the originality and priority of its publication. I shall therefore take it on a favour if you will kindly inform me whether you are sufficiently acquainted with my writings or whether you would desire me to forward a copy of my »Theory of Political Economy«.

With many thanks for your kindness in bringing the Memoir to my notice, and with much admiration of the clear manner in which you have treated the subject, believe me etc.

W. STANLEY JEVONS.

A M. le Professeur W. STANLEY JEVONS, à Manchester.

Lausanne, 23 Mai 1874.

Cher Monsieur,

Lorsque j'eus l'honneur de vous écrire, le 1^{er} de ce mois, en vous envoyant mon mémoire sur le *Principe d'une théorie mathématique de l'échange*, je vous connaissais de réputation, mais seulement comme auteur de travaux estimés sur la question de la variation des prix et de la dépréciation de la monnaie. Je vous savais mathématicien, mais je me figurais que vos applications mathématiques étaient plutôt statistiques qu'économiques. Quelques jours après, M. d'Aulnis de Bourouill, étudiant en droit à l'Université de Leyde, ayant lu mon travail dans le *Journal des Economistes*, m'écrivit, en date du 4 mai, pour me signaler la direction commune de nos recherches et me fournir le titre exact de votre ouvrage. Dès lors, je fus détrompé, et j'attendais en quelque sorte votre lettre lorsqu'elle m'est arrivée.

La coïncidence de nos deux théories sur le point que vous m'indiquez est éclatante. Il est évident que votre *coefficient* ou *degré d'utilité*, qui est „le *coefficient différentiel* de l'utilité considérée comme une fonction de la *quantité* des marchandises,“ est identique à mon *intensité d'utilité* ou à ma *rareté* qui est „la *dérivée* de l'utilité effective par rapport à la *quantité possédée*“; que votre *raison d'échange* n'est autre chose que mon *prix courant*; et qu'enfin votre *équation d'échange* se confond avec mon *équation de satisfaction maximum*. En lisant très-attentivement votre „*Brief Account*“, et notamment les §§ 13 à 20, j'ai cru reconnaître une certaine différence dans la manière dont nous introduisons cette équation, et surtout dans la manière dont nous en usons. Je ne vois pas que vous la fondiez sur la considération de *satisfaction maximum*, qui est pourtant si simple et si claire. Je ne vois pas non plus que vous en tiriez l'équation de *demande effective* en fonction du *prix*, qui s'en déduit si aisément, et qui est si essentielle à la solution du problème de la détermination des prix d'équilibre. A vrai dire, je crains que nos deux théories ne soient, en dehors de ce point de contact, quelque peu divergentes. Mais c'est là une question que je n'ai pas à examiner pour le moment. Puisque vous voulez bien m'offrir un exemplaire de votre „*Theory of Political Economy*“, je vous prie très-instamment de me l'envoyer; je vais vous envoyer moi-même les épreuves de mes *Eléments d'économie politique pure* où la *Théorie mathématique de l'échange* est exposée *in-extenso*. Après que nous aurons pris connaissance de nos doctrines respectives, nous pourrons, si vous le voulez, les discuter entre nous. Pour aujourd'hui, je dois surtout répondre à votre observation touchant la forme de mon mémoire. Cette observation est fondée, et je suis prêt à y faire droit. J'espère seulement que vous me permettrez quelques explications de nature à mettre ma bonne foi hors de doute.

Les deux seuls hommes des travaux antérieurs desquels je me sois aidé sont ceux que je me suis fait un devoir et un plaisir de citer dans mon mémoire : A.-A. Walras, mon père, et M. Cournot. Mon père est connu comme auteur d'un ouvrage intitulé *De la nature de la richesse et de l'origine de la valeur*, publié en 1831, et dans lequel la théorie qui fonde la *valeur d'échange* sur la double condition de l'*utilité* et de la *limitation dans la quantité* est aussi solidement établie qu'il est possible de le faire avec les seules ressources de la logique ordinaire. Au chapitre XVIII de cet ouvrage, mon père énonce et développe cette proposition que „l'économie politique est une science mathématique“, et il indique même l'analogie du rapport qu'il y a, d'une part, entre la *vitesse*, le *temps* et l'*espace* et de celui qu'il y a, d'autre part, entre la *rareté*, la *quantité* et l'*utilité*. Il est vrai qu'il ne songe qu'au mouvement uniforme; mais, pour peu qu'on soit mathématicien, il suffit de passer de la considération du mouvement uniforme à celle du mouvement varié pour saisir immédiatement l'analogie des conditions mathématiques de l'échange avec les conditions mathématiques du mouvement. Quant à M. Cournot, ses *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* sont de 1838. Il explique dans sa préface, avec une netteté qui ne laisse rien à désirer, comment l'application des mathématiques à l'économie politique est une application du calcul des fonctions, et comment cette application a moins pour but de conduire à des calculs numériques que de permettre de discuter des relations entre grandeurs. J'ai songé dès le début de ma carrière d'économiste à faire l'application du calcul des fonctions indiquée par M. Cournot à la théorie de la valeur d'échange de mon père, qui m'a toujours paru la théorie vraie et définitive; et tout homme qui prendra la peine d'examiner les choses de près reconnaîtra que c'est bien là le but auquel je suis arrivé. Je pense, au surplus, que la conclusion de mon mémoire est, à cet égard, suffisamment décisive.

Mes premiers efforts en ce sens datent de 1860. La nécessité de me livrer à des occupations pratiques me força de les interrompre pendant dix ans; mais je ne cessai jamais de rapporter à ce point de vue toutes mes observations et toutes mes études économiques. Ayant obtenu, en 1870, la chaire d'économie politique à l'Académie de Lausanne, mon premier soin fut de reprendre mes recherches, et, malgré l'obligation où je fus alors de mettre en train plusieurs cours sur les diverses parties de l'économie politique et sociale, j'arrivai à un assez prompt résultat. Je fus, en effet, dès le milieu de 1871, en possession de la solution du problème de l'échange de deux marchandises et de celle du problème de l'échange de plusieurs marchandises entre elles, que j'introduisis dans mon enseignement pour l'année scolaire 1871-72, et que j'exposai dans des conférences publiques faites à Genève en janvier 1872. Dans le courant de cette même année 1872, j'achevai d'établir en détail la théorie mathématique de l'échange et celle de la production, et me mis à la rédaction de mon traité élémentaire d'économie politique pure.

En 1873, ayant trouvé un éditeur, je commençai l'impression de cet ouvrage et communiquai le principe de ma théorie à l'Académie des sciences morales et politiques. Si votre nom n'a pas été mentionné dans cette communication, c'est qu'au moment où je la fis, j'ignorais absolument que vous fussiez entré déjà dans la même voie; mais je suis tout disposé à réparer cette omission involontaire.

Si l'on ne considérait l'état de la question qu'en France et en Angleterre, nous n'aurions guère à nous partager, Monsieur, d'après ce que vous me dites vous-même de l'accueil fait, dans votre pays, à vos idées, qu'une réputation de rêveurs assez chimériques; et ce partage ne vaudrait peut-être pas la peine d'être effectué si soigneusement. Mais je suis heureux de pouvoir vous apprendre qu'il en est autrement ailleurs, notamment en Italie où la méthode nouvelle a été saisie dans son esprit et dans sa portée avec une intelligence et une promptitude merveilleuses, et où des hommes éminemment distingués, avec lesquels je ne saurais trop vous engager à vous mettre en rapports, MM. les professeurs Alberto Errera, de Padoue, Boccardo, de Gênes, Bodio, directeur général de la statistique du royaume, à Rome, Zanon, de Venise, lui ont donné leur assentiment. Dès lors, il importe essentiellement que l'opinion publique soit mise en mesure de vous attribuer, sur le point capital dont vous me parlez, la priorité que vous réclamez et qui vous appartient incontestablement en vertu de l'antériorité de vos publications de 1866 et de 1871 sur les miennes. A cet effet, je vous propose de demander à M. Joseph Garnier, rédacteur en chef du *Journal des Economistes*, qui a bien voulu reproduire mon mémoire, de vouloir bien aussi insérer votre lettre et la présente réponse dans son prochain numéro; je ferais tirer ces deux lettres à part et les distribuerais à toutes les personnes qui ont reçu mon mémoire. Pour l'avenir, vous pouvez compter qu'après avoir lu votre ouvrage, que je vous prie de nouveau de me faire parvenir, je saisirai toutes les occasions qui s'offriront de le faire connaître. La parfaite courtoisie de votre lettre m'est un gage assuré que, de votre côté, si vous trouvez que le mien intéresse tant soit peu le progrès de la science, vous voudrez bien le signaler à vos élèves et à vos lecteurs, et non-seulement, il va sans dire, en empruntant celles de mes idées qui vous paraîtraient bonnes pour le fond ou pour la forme, mais aussi en critiquant en toute liberté celles qui se trouveraient opposées à votre manière de voir.

Croyez, cher Monsieur, à mon vif désir de me conduire en tout ceci de la manière la plus propre à m'acquérir votre amitié, et recevez, etc.

LÉON WALRAS.

II.

Gleichungen des Tausches¹⁾.

§. 1. Austausch mehrerer Waaren. Nachfrage-Gleichungen.

Der Gedanke, die Mathematik auf die physischen Wissenschaften anzuwenden, ist ein Gedanke, aus dem mehrere Gelehrte der alten und neueren Zeiten Nutzen gezogen haben, aber dessen sich erst Descartes völlig klar geworden ist. Aus einer Stelle des „Discours de la Méthode“ erhellt, dass Descartes alle diejenigen Wissenschaften als mathematische betrachtete, welche von messbaren Grössen handeln, d. h. von Grössen, die durch Zahlen ausdrückbar oder durch Figuren darstellbar sind; und die aus diesem Grunde und Dank der Kenntnis von den Eigenschaften der Zahlen in der Sprache der Zahlenlehre, d. i. der Algebra, oder Dank der Kenntnis von den Eigenschaften der Figuren in der Sprache der Figurenlehre, d. i. der Geometrie ausgearbeitet werden dürfen und müssen. Die bekannte Anwendung der Algebra auf die Geometrie ist nur eine besondere Folgerung dieses Gesichtspunktes des berühmten Mathematikers und Philosophen. Die Geometrie behandelt Figuren, also Grössen, welche in Zahlen ausdrückbar sind; demnach kann sie selbst Dank der Kenntnis von den Eigenschaften der Zahlen in der Sprache der Zahlenlehre ausgearbeitet werden, sonach ist sie die erste Wissenschaft, auf welche man die Algebra anwenden kann, woraus sich die analytische Geometrie entwickelt. Hieran aber schliesst sich die Mechanik an, welche von der Bewegung der Körper im allgemeinen handelt, und die Astronomie, welche von der Bewegung der Himmelskörper im besonderen handelt; falls diese Bewegung in Zahlen ausdrückbar oder durch Figuren darstellbar ist, so wird man auch auf die Mechanik und Astronomie die mathematischen Wissenschaften: Algebra, Geometrie und analytische Geometrie

¹⁾ Denkschrift gelesen vor der naturwissenschaftlichen Gesellschaft des Waadtlandes zu Lausanne, in den Sitzungen am 1. und 15. Dezember 1875.

anwenden dürfen. Dies hat vor Descartes schon Galilaei gethan; dies thaten nach ihm noch Huyghens, Newton, Laplace.

Wie die Mechanik von der *Bewegung*, von den *Geschwindigkeiten* handelt, so handelt die reine Volkswirtschaftslehre, wie wir sie definirt haben, von dem *Tausche*, von den *Preisen*: den Preisen der Produkte und den Preisen der produktiven Dienste. Die Preise sind die inversen Verhältnisse der ausgetauschten Waaren-Quanta; dies sind Grössen, die in Zahlen ausdrückbar wie auch durch Figuren darstellbar sind. Die erforderlichen und hinreichenden Elemente dieser Preise, wie wir sie erkannt haben, die *Nützlichkeit* und der *Vorrath* der Waaren, sind im selben Falle. Sonach ist es statthaft, die Mathematik auf die reine Volkswirtschaftslehre anzuwenden ebenso wie auf die Mechanik und die Astronomie; d. h. die reine Volkswirtschaftslehre gleich der Mechanik und Astronomie auszuarbeiten in der Sprache der Zahlenlehre oder der Figurenlehre unter Benutzung der bekannten Eigenschaften der Zahlen oder der Figuren. Und wenn man dies thun darf, so muss man es auch thun. Dies ist der Charakter, dies ist die Möglichkeit der Anwendung der Mathematik auf die Volkswirtschaftslehre.

Behufs des Studiums des gegenseitigen Austausches zweier Waaren hielten wir uns bisher an die geometrische Form, d. h. wir stellten die Preise und ihre Ursachen durch Figuren dar; und zwar durch Reduktion oder Analysis, d. h. wir führten die Preise auf ihre Elemente zurück. Um nunmehr den Austausch mehrerer Waaren unter einander zu studiren, werden wir stets die algebraische Form benutzen, d. h. wir werden die Preise und ihre Ursachen in Zahlen ausdrücken, und die Deduktionsmethode oder Synthese anwenden, d. h. wir werden von den Ursachen der Preise auf die Preise selbst schliessen.

Gegeben seien also nunmehr m Waaren (A), (B), (C), (D) ... auf einem Markt, wo freie Konkurrenz waltet. Dort sind Besitzer von (A), die ein bestimmtes Quantum von (A), aber weder (B) noch (C), noch (D) ... haben und beabsichtigen, ein gewisses Quantum von ihrem (A) für sich zu behalten, und ein gewisses Quantum loszuschlagen gegen Eintausch von (B), (C), (D) ... Dort sind Besitzer von (B) mit analogen Geneigtheiten, u. s. f. Greifen wir z. B. den Besitzer von (A) unter Allen heraus; wovon werden die Quanta von (B), von (C), von (D) ... abhängen, die er suchen wird? Von den Preisen von (B), von (C), von (D) ... in (A)! Und die Nachfrage, welche er nach jeder dieser Waaren machen wird, wird nicht nur vom Preise dieser Waare, sondern auch vom Preise aller anderen abhängen. Zweifelsohne sind wir gezwungen anzuerkennen, dass die Bestimmung der Nachfrage nach (B) in (A) nicht vor sich gehen kann, ohne Kenntnis der Preise von (C), von (D) ... in (A), ebenso wenig wie ohne die des Preises von (B) in (A); aber man ist auch gezwungen zuzugeben, dass, falls die Preise von (B), von (C), von (D) ... in (A) alle bekannt sind, die Nachfrage nach (B) in (A) eben hierdurch bestimmbar ist. Sonach ist eine jede der Einzel-Nachfragen nach (B), nach (C), nach (D) ... in

(A) eine Funktion von mehreren Veränderlichen, nämlich den Preisen von (B), von (C), von (D)... in (A). Bedeutet $d_{b,a}$ eine dieser Einzel-Nachfragen; sind $p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \dots$ diese Preise, so wird dieser Umstand algebraisch durch die Gleichung ausgedrückt:

$$d_{b,a} = f_{b,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \dots)$$

in welcher links die Funktion $d_{b,a}$ allein steht, während wir uns rechts einen algebraischen Ausdruck zu denken haben, der die Veränderlichen $p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \dots$ in einem oder mehreren durch Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division u. s. w. gebildeten und mit einander verbundenen Gliedern enthalten ist; dass, wenn diese Veränderlichen durch gewisse Preise von (B), von (C), von (D)... in (A) ersetzt werden, mathematisch als Werth der Funktion sich das Quantum von (B) ergibt, nach welchem bei diesen Preisen von dem Besitzer von (A) effektiv gefragt wird. Das Gleiche findet statt für die Einzel-Nachfragen nach (C), nach (D)... in (A) für denselben Besitzer; ebenso für die Einzel-Nachfragen nach (B), nach (C), nach (D)... seitens der anderen Besitzer mit (A). Ebenso auch für jede der Einzel-Nachfragen nach (A), nach (C), nach (D)... in (B) u. s. f. Man sieht, dass in dem Fall des Austausches mehrerer Waaren unter einander die Geneigtheit jedes Besitzers zum Tauschen nicht mehr geometrisch durch Kurven darstellbar ist, und zwar wegen der Menge der Veränderlichen; doch sie bleibt stets algebraisch durch Gleichungen ausdrückbar. Somit gehen wir gezwungener Weise von der geometrischen zur algebraischen Ausdrucksweise über. Unter Anwendung dieser Form haben wir, wie vordem für zwei, so nun für mehrere Waaren zu zeigen: 1) Wie die Markt- oder Gleichgewichts-Preise sich aus den Nachfrage-Gleichungen ergeben; und 2) Wie die Nachfrage-Gleichungen selbst sich aus der Nützlichkeit und dem Vorrath der Waaren ergeben. Wir werden hier das zweite dieser beiden Probleme vor dem ersten lösen und hierbei die Deduktions-Methode an Stelle der Reduktions-Methode setzen.

§. 2. Wie die Nachfrage-Gleichungen sich aus der Nützlichkeit und dem Vorrath ergeben.

Das erste Problem, welches wir zu lösen haben, ist folgendes: — Gegeben sind m Waaren (A), (B), (C), (D)... und die Nützlichkeit jeder dieser Waaren für jeden der Tauscher, desgleichen der Vorrath, den jeder der Besitzer von einer jeden Waare hat; gesucht werden die Nachfrage-Gleichungen.

Nehmen wir z. B. einen Besitzer von (A). Der mathematische Ausdruck des Vorrathes von (A), den dieser Besitzer hat, bietet keine Schwierigkeit: wir werden ihn mit q_a bezeichnen. Was den mathematischen Ausdruck der Nützlichkeit von (A), (B), (C), (D)... für diesen Tauscher betrifft, so bietet derselbe nach unsern vorausgeschickten Erklärungen ebenso wenig Schwierigkeit. Geometrisch würden wir diese Nützlichkeiten durch Bedürfnis-Kurven

von (A), (B), (C), (D)... für den in Rede stehenden Mann darstellen, wobei die Ordinaten den *Vorräthen* und die Abscissen den *Seltenheiten* oder den *Dringlichkeiten der letzten durch jene Vorräthe befriedigten Bedürfnisse* entsprechen würden. Algebraisch also werden wir diese Nützlichkeiten durch die Gleichungen jener Kurven wiedergeben. Wir wollen diese Gleichungen als für die Seltenheiten gelöst annehmen, d. h. in der Form geben, dass darin die Seltenheiten Funktionen der Vorräthe sind. So ergeben sich uns die Gleichungen: $r = \varphi_a(q)$, $r = \varphi_b(q)$, $r = \varphi_c(q)$, $r = \varphi_d(q)$...; links steht die Funktion r allein, rechts haben wir uns die Veränderliche q vorzustellen, welche in einem oder mehreren durch Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division u. s. w. gebildeten und mit einander verbundenen Gliedern enthalten ist; so dass, wenn jene Veränderliche durch einen bestimmten Vorrath von (A), (B), (C), (D)... ersetzt wird, sich mathematisch als Werth der Funktion die Dringlichkeit des letzten befriedigten Bedürfnisses oder die Seltenheit von (A), (B), (C), (D)... für diesen Vorrath ergibt. Da die Abscissen der Kurven für wachsende Ordinaten abnehmen, so sind die Differential-Quotienten dieser Funktionen, genommen nach ihren Veränderlichen, negativ. Die *effektive Nützlichkeit* oder die *Summe der durch einen Vorrath an Waare befriedigten Bedürfnisse*, durch den Inhalt jener Kurven dargestellt, wird durch die bestimmten Integrale der Funktionen wiedergegeben. Diese letzten Data sind übrigens nicht unerlässlich, und werden uns die vorangehenden genügen, um die Nachfrage-Gleichung nach (B) in (A) für einen beliebigen Besitzer von (A) aufzustellen.

Dieser Mann giebt ein gewisses Quantum von (A) für ein gewisses Quantum $d_{b,a}$ von (B) zu einem gewissen Preise $p_{b,a}$ von (B) in (A); ein gewisses Quantum von (A) für ein gewisses Quantum $d_{c,a}$ von (C) zu einem gewissen Preise $p_{c,a}$ von (C) in (A); ein gewisses Quantum von (A) für ein gewisses Quantum $d_{d,a}$ von (D) zu einem gewissen Preise $p_{d,a}$ von (D) in (A)... u. s. f. Sei x das Gesamt-Quantum von (A), welches er so gegen (B), (C), (D)... fortgiebt, und daher $q_a - x$ das Quantum, welches er für sich behält, so ergibt sich zunächst die Gleichung

$$x = d_{b,a} p_{b,a} + d_{c,a} p_{c,a} + d_{d,a} p_{d,a} + \dots$$

und hieraus die andere

НАТ. КОУ. 2 А. 585

$$q_a - x = q_a - d_{b,a} p_{b,a} - d_{c,a} p_{c,a} - d_{d,a} p_{d,a} - \dots$$

Somit können wir für mehrere Waaren, ebenso wie für zwei als Thatsache hinstellen, dass die Nachfrage bestimmt wird durch die Bedingung der Maximal-Befriedigung der Bedürfnisse oder des Genuss-Maximums. Auch können wir für mehrere Waaren, ebenso wie für zwei den Satz aussprechen, dass jene Bedingung darin besteht, dass das *Verhältnis der Seltenheiten* oder der *Dringlichkeiten der letzten befriedigten Bedürfnisse* nach dem Tausche *gleich dem Preise* sei. In der That, wenn das Verhältnis der Seltenheit von (B) zur Seltenheit von (A) nach dem Tausche nicht gleich dem Preise $p_{b,a}$

von (B) in (A) wäre, wenn es grösser oder kleiner wäre, so würde es, Dank der Bedingung des Genuss-Maximums, wie sie gelegentlich des Austausches zweier Waaren unter einander aufgestellt worden ist, vortheilhaft sein, noch ein gewisses Quantum von (A) gegen ein gewisses Quantum von (B) auszutauschen, oder ein gewisses Quantum von (B) gegen ein gewisses Quantum von (A) zurückzugeben. Mit anderen Worten, die Grenze würde entweder nicht erreicht oder überschritten worden sein. Dieselbe Schlussfolgerung würde zeigen, dass das Verhältnis der Seltenheit von (C) zur Seltenheit von (A) nach dem Tausche gleich dem Preise $p_{c,a}$ von (C) in (A) sein muss; dass das Verhältnis der Seltenheit von (D) zur Seltenheit von (A) gleich dem Preise $p_{d,a}$ von (D) in (A) . . . u. s. f. Seien also

$$r_a = \varphi_a (q_a - x), r_b = \varphi_b (d_{b,a}), r_c = \varphi_c (d_{c,a}), r_d = \varphi_d (d_{d,a}) \dots$$

die Seltenheiten von (A), (B), (C), (D) . . . nach dem Tausche, so ergeben sich die Gleichungen

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_b (d_{b,a})}{r_a} &= p_{b,a} \varphi_a (q_a - x) \\ \frac{r_b}{r_a} &= p_{b,a} \varphi_a (q_a - d_{b,a} p_{b,a} - d_{c,a} p_{c,a} - d_{d,a} p_{d,a} - \dots), \\ \frac{\varphi_c (d_{c,a})}{r_a} &= p_{c,a} \varphi_a (q_a - x) \\ \frac{r_c}{r_a} &= p_{c,a} \varphi_a (q_a - d_{b,a} p_{b,a} - d_{c,a} p_{c,a} - d_{d,a} p_{d,a} - \dots), \\ \frac{\varphi_d (d_{d,a})}{r_a} &= p_{d,a} \varphi_a (q_a - x) \\ \frac{r_d}{r_a} &= p_{d,a} \varphi_a (q_a - d_{b,a} p_{b,a} - d_{c,a} p_{c,a} - d_{d,a} p_{d,a} - \dots), \\ &\dots \end{aligned}$$

a priori
 PRINCIP ECONOMIC FOR ...

d. h. $(m - 1)$ Gleichungen, aus denen sich $(m - 2)$ Unbekannte eliminiren lassen, z. B. $d_{c,a}, d_{d,a} \dots$ um $d_{b,a}$, oder z. B. $d_{b,a}, d_{d,a} \dots$ um $d_{c,a}$, oder z. B. $d_{b,a}, d_{c,a} \dots$ um $d_{d,a} \dots$ u. s. w. als Funktion von $p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \dots$ zu haben. So wird jedem System von Preisen von (A), (B), (C), (D) . . . in (A) für einen beliebigen Besitzer von (A) ein System von Nachfragen nach (B), (C), (D) . . . entsprechen, welches ihm ein Genuss-Maximum verschaffen wird; und auf diese Weise bestimmt sich daher die Einzel-Nachfrage-Gleichung einer jeden Waare als Funktion der Preise von allen.

§. 3. Wie die Markt- oder Gleichgewichts-Preise sich aus den Nachfrage-Gleichungen ergeben.

Das zweite Problem, welches wir zu lösen haben, ist das folgende: — Gegeben sind m Waaren (A), (B), (C), (D) . . . und die Nachfrage-Gleichungen einer jeden dieser Waaren in jeder der anderen; gesucht werden die bezüglichen Gleichgewichts-Preise.

Durch einfache Addition der Einzel-Nachfrage-Gleichungen würden wir die $m - 1$ Gesamt-Nachfrage-Gleichungen nach (B), (C), (D) ... in (A) erhalten:

$$\begin{aligned}
 & D_{b,a} = F_{b,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \dots), \\
 [1] \quad & D_{c,a} = F_{c,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \dots), \\
 & D_{d,a} = F_{d,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \dots), \\
 & \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

Ebenso würden wir die $m - 1$ Gesamt-Nachfrage-Gleichungen nach (A), (C), (D) ... in (B) erhalten:

$$\begin{aligned}
 & D_{a,b} = F_{a,b}(p_{a,b}, p_{c,b}, p_{d,b} \dots), \\
 [1] \quad & D_{c,b} = F_{c,b}(p_{a,b}, p_{c,b}, p_{d,b} \dots), \\
 & D_{d,b} = F_{d,b}(p_{a,b}, p_{c,b}, p_{d,b} \dots), \\
 & \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

desgleichen die $m - 1$ Gesamt-Nachfrage-Gleichungen nach (A), (B), (D) ... in (C):

$$\begin{aligned}
 & D_{a,c} = F_{a,c}(p_{a,c}, p_{b,c}, p_{d,c} \dots), \\
 [1] \quad & D_{b,c} = F_{b,c}(p_{a,c}, p_{b,c}, p_{d,c} \dots), \\
 & D_{d,c} = F_{d,c}(p_{a,c}, p_{b,c}, p_{d,c} \dots), \\
 & \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

desgleichen die $m - 1$ Gesamt-Nachfrage-Gleichungen nach (A), (B) (C)* ... in (D):

$$\begin{aligned}
 & D_{a,d} = F_{a,d}(p_{a,d}, p_{b,d}, p_{c,d} \dots), \\
 [1] \quad & D_{b,d} = F_{b,d}(p_{a,d}, p_{b,d}, p_{c,d} \dots), \\
 & D_{c,d} = F_{c,d}(p_{a,d}, p_{b,d}, p_{c,d} \dots), \\
 & \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

und so weiter, also $m(m - 1)$ Nachfrage-Gleichungen.

Die Gleichgewichts-Preise sind diejenigen, für welche die Gesamt-Nachfrage gleich dem Gesamt-Angebot ist. Aus diesem Satze, und dem anderen, dass das Angebot einer Waare gegen eine andere immer gleich der Nachfrage nach jener anderen, multipliziert mit ihrem Preise in jener ersteren, ist, ergeben sich uns die $m - 1$ Tausch-Gleichungen von (A) gegen (B), (C), (D) ...

$$D_{b,a} p_{b,a} = D_{a,b}, \quad D_{c,a} p_{c,a} = D_{a,c}, \quad D_{d,a} p_{d,a} = D_{a,d} \dots$$

ferner die $m - 1$ Tausch-Gleichungen von (B) gegen (A), (C), (D) ...

$$D_{a,b} p_{a,b} = D_{b,a}, \quad D_{c,b} p_{c,b} = D_{b,c}, \quad D_{d,b} p_{d,b} = D_{b,d} \dots$$

[d]

ferner die $m - 1$ Tausch-Gleichungen von (C) gegen (A), (B), (D) . . .

$$D_{a,c} p_{a,c} = D_{c,a}, \quad D_{b,c} p_{b,c} = D_{c,b}, \quad D_{d,c} p_{d,c} = D_{c,d} \dots$$

ferner die $m - 1$ Tausch-Gleichungen von (D) gegen (A), (B), (C) . . .

$$D_{a,d} p_{a,d} = D_{d,a}, \quad D_{b,d} p_{b,d} = D_{d,b}, \quad D_{c,d} p_{c,d} = D_{d,c} \dots$$

und so weiter, also $m(m - 1)$ Tausch-Gleichungen, welche implicite $\frac{m(m - 1)}{2}$ Gleichungen reziproker Preise enthalten. Zusammen mit den

$m(m - 1)$ Nachfrage-Gleichungen machen diese $m(m - 1)$ Tausch-Gleichungen eine Gesamtheit $2m(m - 1)$ Gleichungen aus. Aber wir haben in diesem Problem genau $2m(m - 1)$ Unbekannte, nämlich die $m(m - 1)$ gegenseitigen Preise der m Waaren und die $m(m - 1)$ Gesamt-Quanta dieser m gegenseitig ausgetauschten Waaren.

§. 4. Vom allgemeinen Gleichgewicht. System der Gleichungen des Tausches.

Das Problem des Austausches mehrerer Waaren unter einander erscheint gelöst. Es ist es indessen nur zur Hälfte. Unter den oben definirten Bedingungen würde allerdings ein gewisses Gleichgewicht je zweier Waaren auf dem Markte bestehen; doch dies würde nur ein unvollkommenes Gleichgewicht sein. Vollkommenes oder *allgemeines Gleichgewicht des Marktes besteht nur dann, wenn der gegenseitige Preis zweier beliebiger Waaren gleich dem Verhältnis der Preise einer jeden von beiden in einer beliebigen Dritten ist*. Dies wird zu beweisen sein. Greifen wir zu diesem Behufe aus allen Waaren drei beliebige heraus, z. B. (A), (B) und (C); nehmen wir an, dass der Preis $p_{c,b}$ grösser sei oder kleiner als das Verhältnis der Preise $p_{c,a}$, $p_{b,a}$; und sehen wir, was folgt.

Wir wollen uns, um unseren Gedanken einen festen Anhalt zu geben, vorstellen, dass die Oertlichkeit, welche als Markt dient, behufe des Austausches aller Waaren (A), (B), (C), (D) . . . unter einander in so viele Theile eingetheilt worden wäre, als Austauschungen von je 2 Waaren vorgenommen werden; also in $\frac{m(m - 1)}{2}$ Theil-Märkte oder Buden, kenntlich durch Aufschriften, aus denen die Namen der dort getauschten Waaren und deren Tauschpreise, mathematisch durch das System der obigen Gleichungen ermittelt, ersichtlich wären. Also: „Eintausch von (A) gegen (B) und von (B) gegen (A) zu den reziproken Preisen $p_{a,b}$, $p_{b,a}$;“ — „Eintausch von (A) gegen (C) und von (C) gegen (A) zu den reziproken Preisen $p_{a,c}$, $p_{c,a}$;“ — „Eintausch von (B) gegen (C) und von (C) gegen (B) zu den reziproken Preisen $p_{b,c}$, $p_{c,b}$.“ Dies vorausgesetzt, würde sich das Gleichgewicht halten, falls jeder Besitzer von (A), der von (B) und (C) haben möchte, sich darauf beschränkte, sein (A) gegen jenes (B) und (C) auf den beiden ersten Theil-

märkten auszutauschen; falls jeder Besitzer von (B), der von (A) und (C) haben möchte, sich darauf beschränkte, sein (B) gegen jenes (A) und (C) auf dem ersten und dritten Theilmarkt auszutauschen; falls jeder Besitzer von (C), der von (A) und (B) haben möchte, sich darauf beschränkte, sein (C) gegen jenes (A) und (B) auf den beiden letzten Theilmärkten auszutauschen. Aber es ist nicht schwer zu zeigen, dass weder die Besitzer von (A), noch diejenigen von (B), noch die von (C) sich auf jene beiden Tausche beschränken werden: sie werden geneigt sein, noch einen dritten vorzunehmen.

Für einen Besitzer von (A), der $q_a - x$ von (A) für sich behalten und $d_{b,a}$ von (B) und $d_{c,a}$ von (C) erstanden hat, gelten die beiden Gleichungen

$$\varphi_b(d_{b,a}) = p_{b,a} \varphi_a(q_a - x),$$

$$\varphi_c(d_{c,a}) = p_{c,a} \varphi_a(q_a - x),$$

welche die Gleichheit eines jeden der Verhältnisse zwischen der Seltenheit von (B), bezw. der von (C) und der Seltenheit von (A) mit jedem der Preise von (B) und (C) in (A) nach dem Tausche, d. h. die Bedingung des Genuss-Maximums, ausdrücken. Aus diesen Gleichungen aber folgt

$$\varphi_c(d_{c,a}) = \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}} \varphi_b(d_{b,a});$$

und hieraus bei der Annahme, dass z. B. $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$ ist,

$$\varphi_c(d_{c,a}) < p_{c,b} \varphi_b(d_{b,a});$$

dies sagt, dass es für unsern Mann vortheilhaft ist, nach seinen beiden ersten Tauschen auf den Märkten (A, B) und (A, C) sich auf den Markt (B, C) zu begeben und dort von (C) zu verkaufen und dafür von (B) einzukaufen zum Preise $p_{c,b}$ von (C) in (B). Gemäss der Theorie der Bestimmung der Markt-Preise, wie sie für den Fall des Austausches zweier Waaren aufgestellt worden ist, wird dieses Verfahren das Gleichgewicht des Marktes (B, C) stören, da dort das Angebot von (C) grösser als die Nachfrage wird; und das so gestörte Gleichgewicht wird nur durch eine Baisse von $p_{c,b}$ wiederhergestellt werden können.

Aus der Ungleichung $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$ folgt, gemäss der Gleichung $p_{b,a} = \frac{1}{p_{a,b}}$

die Ungleichung $p_{c,a} < \frac{p_{c,b}}{p_{a,b}}$.

Hieraus lässt sich auch nachweisen, dass es für einen Besitzer von (B) vortheilhaft ist, nach seinen beiden ersten Tauschen auf den Märkten (A, B), und (B, C) sich auf den Markt (A, C) zu begeben, von (C) einzukaufen und von (A) zu verkaufen zum Preise $p_{c,a}$ von (C) in (A). Dieses Verfahren wird das Gleichgewicht des Marktes (A, C) stören, da dort die Nachfrage von (C)

grösser als das Angebot wird; und das so gestörte Gleichgewicht ist nur durch eine Hausse von $p_{c,a}$ wiederherstellbar.

Endlich folgt aus der Ungleichung $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$, gemäss der Gleichung $p_{b,c} = \frac{1}{p_{c,b}}$ und der Gleichung $p_{c,a} = \frac{1}{p_{a,c}}$, die Ungleichung $p_{b,a} > \frac{p_{b,c}}{p_{a,c}}$.

Hieraus lässt sich, stets in der obigen Weise, nachweisen, dass es für einen Besitzer von (C) vortheilhaft ist, nach seinen beiden ersten Tauschen auf den Märkten (A, C) und (B, C) sich auf den Markt (A, B) zu begeben, von (B) zu verkaufen und von (A) einzukaufen zum Preise $p_{b,a}$ von (B) in (A). Dieses Verfahren wird das Gleichgewicht des Marktes (A, B) stören, da dort das Angebot von (B) grösser als die Nachfrage wird; und das so gestörte Gleichgewicht ist nur durch eine Baisse von $p_{b,a}$ wiederherstellbar.

Man ersieht hieraus, dass, im Falle $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$ ist, das Gleichgewicht des Marktes nicht vollkommen oder allgemein ist, und dass ergänzende Tausche stattfinden, deren Ergebnis eine Baisse von $p_{c,b}$, eine Hausse von $p_{c,a}$ und eine Baisse von $p_{b,a}$ ist. Man sieht gleichzeitig, dass, im Falle $p_{c,b} < \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$ wäre, auf dem Markte ergänzende Tausche stattfinden würden, deren Ergebnis eine Hausse von $p_{c,b}$, eine Baisse von $p_{c,a}$ und eine Hausse von $p_{b,a}$ wäre. Uebrigens leuchtet es ein, dass, was von den Preisen von (A), (B) und (C) gesagt ist, ebenso von den Preisen irgendwelcher 3 beliebigen Waaren gesagt werden darf. Wollte man also, dass keine Ergänzungstausche stattfinden, und dass das Gleichgewicht je zweier Waaren auf dem Markte allgemein wäre, so hätte man die Bedingung einzuführen, dass der gegenseitige Preis zweier beliebiger Waaren gleich dem Verhältnis der Preise der einen wie der anderen in einer beliebigen dritten wäre: dies heisst, es wären folgende Gleichungen zu erfüllen:

$$\begin{aligned}
 p_{b,b} &= \frac{1}{p_{b,a}}, & p_{c,b} &= \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}, & p_{d,b} &= \frac{p_{d,a}}{p_{b,a}} \dots \\
 [3] \quad p_{a,c} &= \frac{1}{p_{c,a}}, & p_{b,c} &= \frac{p_{b,a}}{p_{c,a}}, & p_{d,c} &= \frac{p_{d,a}}{p_{c,a}} \dots \\
 p_{a,d} &= \frac{1}{p_{d,a}}, & p_{b,d} &= \frac{p_{b,a}}{p_{d,a}}, & p_{c,d} &= \frac{p_{c,a}}{p_{d,a}} \dots
 \end{aligned}$$

und so fort, also im Ganzen $(m-1)(m-1)$ Gleichungen des allgemeinen Gleichgewichts, welche implicite $\frac{m(m-1)}{2}$ Gleichungen reziproker Preise enthalten.

Doch erfordert diese Einführung von $(m-1)(m-1)$ Bedingungs-Gleichungen, dass unser vorhergehendes System von Nachfrage- und Tausch-Gleichungen um eine gleiche Anzahl von Gleichungen vermindert würde. Dies geschieht thatsächlich, im Falle wir an die Stelle der Theilmärkte einen allgemeinen Markt setzen, durch die Ersetzung der Tausch-Gleichungen, welche die Gleichheit von Angebot und Nachfrage einer jeden Waare gegen jede der anderen getrennt angeben, durch folgende Tausch-Gleichungen, welche die Gleichheit von Angebot und Nachfrage einer jeden Waare gegen alle anderen zusammen angeben:

$$\begin{aligned}
 & D_{b,a} p_{b,a} + D_{c,a} p_{c,a} + D_{d,a} p_{d,a} + \dots = D_{a,b} + D_{a,c} + D_{a,d} + \dots \\
 & D_{a,b} p_{a,b} + D_{c,b} p_{c,b} + D_{d,b} p_{d,b} + \dots = D_{b,a} + D_{b,c} + D_{b,d} + \dots \\
 & D_{a,c} p_{a,c} + D_{b,c} p_{b,c} + D_{d,c} p_{d,c} + \dots = D_{c,a} + D_{c,b} + D_{c,d} + \dots \\
 & D_{a,d} p_{a,d} + D_{b,d} p_{b,d} + D_{c,d} p_{c,d} + \dots = D_{d,a} + D_{d,b} + D_{d,c} + \dots \\
 & \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

und so fort, also m Gleichungen. Aber diese m Gleichungen sind auf $m-1$ zurückführbar. In der That, wenn wir in dieselben die Werthe der Preise in (A), die aus den Gleichungen des allgemeinen Gleichgewichtes gezogen sind, einführen und der Einfachheit halber die Preise von (B), (C), (D) ... in (A) mit $p_b, p_c, p_d \dots$ bezeichnen, so nehmen sie folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned}
 & D_{b,a} p_b + D_{c,a} p_c + D_{d,a} p_d + \dots = D_{a,b} + D_{a,c} + D_{a,d} + \dots \\
 & D_{a,b} \frac{1}{p_b} + D_{c,b} \frac{p_c}{p_b} + D_{d,b} \frac{p_d}{p_b} + \dots = D_{b,a} + D_{b,c} + D_{b,d} + \dots \\
 & D_{a,c} \frac{1}{p_c} + D_{b,c} \frac{p_b}{p_c} + D_{d,c} \frac{p_d}{p_c} + \dots = D_{c,a} + D_{c,b} + D_{c,d} + \dots \\
 & D_{a,d} \frac{1}{p_d} + D_{b,d} \frac{p_b}{p_d} + D_{c,d} \frac{p_c}{p_d} + \dots = D_{d,a} + D_{d,b} + D_{d,c} + \dots \\
 & \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

Und zählt man nun die $m-1$ letzten Gleichungen zusammen, nachdem man die beiden Seiten der ersten mit p_b , die der zweiten mit p_c , die der dritten mit $p_d \dots$ multipliziert hat, und streicht man links und rechts die identischen Ausdrücke, so kommt man auf die erste Gleichung des Systems zurück. Somit kann jene erste fortgelassen, und das System auf die $m-1$ folgenden zurückgeführt werden. Letztere verbleiben nunmehr als $m-1$ Tausch-Gleichungen und bilden, verbunden mit den $m(m-1)$ Nachfrage-Gleichungen und den $(m-1)(m-1)$ Gleichungen des allgemeinen Gleichgewichtes, eine Gesamtheit von $2m(m-1)$ Gleichungen, deren Wurzeln die $m(m-1)$ gegenseitigen

numerairc "q"

numerairc "q"

Preise der m Waaren und die $m(m-1)$ Gesamt-Quanta jener m gegenseitig ausgetauschten Waaren sind. — So ergeben sich, wenn die Nachfrage-Gleichungen gegeben sind, aus diesen mathematisch die Preise. Bleibt also nur nachzuweisen, und dies ist der Haupt-Punkt, dass jenes Problem des Tausches, welches wir soeben theoretisch gelöst haben, auch dasselbe ist, welches in der Praxis auf dem Markt durch den Mechanismus der freien Konkurrenz seine Lösung findet.

§. 5. Lösung der Gleichungen des Tausches. Bildungs-Gesetz der Gleichgewichts-Preise.

Zunächst werden nun auf dem Markt thatsächlich durch die Annahme eines Werth-Massstabes die $m(m-1)$ Preise der m Waaren unter einander zurückgeführt auf $(m-1)$ Preise von $(m-1)$ Waaren unter ihnen, ausgedrückt durch die m^te . Diese letztere ist der Werth-Massstab; und was die $(m-1)(m-1)$ Preise der ersteren unter einander betrifft, so werden sie als gleich den Preis-Quotienten der Waaren ausgedrückt in dem Werth-Massstab angesehen, gemäss den Bedingungen des allgemeinen Gleichgewichtes und dem Gleichungen-System [3]. Sonach mögen $p'_b, p'_c, p'_d \dots$ die auf gut Glück ausgerufenen $(m-1)$ Preise von (B), (C), (D) ... in (A) sein.

Den so ausgerufenen Preisen entsprechend formulirt jeder Tauscher seine Nachfrage nach jeder der Waaren in derjenigen, welche er besitzt. Dies geschieht nach Ueberlegung, ohne Berechnung, aber genau so, wie es durch Berechnung geschehen würde, gemäss der Bedingung des Genuss-Maximums und gemäss dem Gleichungen-System [1]. Es mögen $D'_{b,a}, D'_{c,a}, D'_{d,a} \dots D'_{a,b}, D'_{c,b}, D'_{d,b} \dots D'_{a,c}, D'_{b,c}, D'_{d,c} \dots D'_{a,d}, D'_{b,d}, D'_{c,d} \dots$ die $m(m-1)$ Gesamt-Nachfragen sein, welche den obigen Preisen $p'_b, p'_c, p'_d \dots$ entsprechen.

Aus den Nachfragen aller Waaren in jeder einzelnen leitet sich stets das Angebot einer jeden von ihnen gegen alle ab gemäss der Thatsache, dass das Angebot einer Waare gegen eine andere gleich der Nachfrage dieser anderen, multipliziert mit ihrem Preise in der ersteren ist. In dieser Weise ergibt sich ein Angebot von (B):

$$D'_{a,b} \frac{1}{p'_b} + D'_{c,b} \frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b} \frac{p'_d}{p'_b} + \dots$$

und gleichzeitig eine Nachfrage von (B):

$$D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \dots$$

Ebenso ergibt sich ein Angebot von (C):

$$D'_{a,c} \frac{1}{p'_c} + D'_{b,c} \frac{p'_b}{p'_c} + D'_{d,c} \frac{p'_d}{p'_c} + \dots$$

und gleichzeitig eine Nachfrage von (C):

$$D'_{c,a} + D'_{c,b} + D'_{c,d} + \dots$$

Ebenso ergibt sich ein Angebot von (D):

$$D'_{a,d} \frac{1}{p'_d} + D'_{b,d} \frac{p'_b}{p'_d} + D'_{c,d} \frac{p'_c}{p'_d} + \dots$$

und gleichzeitig eine Nachfrage von (D)

$$D'_{d,a} + D'_{d,b} + D'_{d,c} + \dots$$

und so fort.

Wenn Angebot und Nachfrage jeder Waare sich gleich sind, d. h. wenn

$$D'_{a,b} \frac{1}{p'_b} + D'_{c,b} \frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b} \frac{p'_d}{p'_b} + \dots = D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \dots$$

$$D'_{a,c} \frac{1}{p'_c} + D'_{b,c} \frac{p'_b}{p'_c} + D'_{d,c} \frac{p'_d}{p'_c} + \dots = D'_{c,a} + D'_{c,b} + D'_{c,d} + \dots$$

$$D'_{a,d} \frac{1}{p'_d} + D'_{b,d} \frac{p'_b}{p'_d} + D'_{c,d} \frac{p'_c}{p'_d} + \dots = D'_{d,a} + D'_{d,b} + D'_{d,c} + \dots$$

so findet der Austausch bei diesen Preisen statt, entsprechend der Bedingung der Gleichheit von Angebot und Nachfrage, sowie des Gleichungen-Systems [2]; und das Problem ist gelöst. Indessen werden im Allgemeinen Angebot und Nachfrage einer jeden Waare ungleich sein. Was geschieht auf dem Markt, wenn dieser Fall eintritt? Ist die Nachfrage grösser als das Angebot, so folgt daraus eine Hausse der Preise der Waare. Ist das Angebot grösser als die Nachfrage, so folgt Baisse. Was ist also zu beweisen, um klar zu legen, dass die theoretische Lösung und die Lösung des Marktes identisch sind? Ganz einfach, dass Hausse und Baisse eine Lösungsweise der Tausch-Gleichungen durch Versuch ist.

Bemerken wir zunächst, dass, wenn wir das gesammte System der m Ungleichungen des Angebots und der Nachfrage der m Waaren (A), (B), (C), (D) ... zu den Preisen $p'_b, p'_c, p'_d \dots$ nehmen und beide Seiten der $(m - 1)$ letzten bezw. mit p'_b, p'_c, p'_d , multiplizieren, also

$$D'_{b,a} p'_b + D'_{c,a} p'_c + D'_{d,a} p'_d + \dots \geq D'_{a,b} + D'_{a,c} + D'_{a,d} + \dots$$

$$D'_{a,b} + D'_{c,b} p'_c + D'_{d,b} p'_d + \dots \geq D'_{b,a} p'_b + D'_{b,c} p'_b + D'_{b,d} p'_b + \dots$$

$$D'_{a,c} + D'_{b,c} p'_b + D'_{d,c} p'_d + \dots \geq D'_{c,a} p'_c + D'_{c,b} p'_c + D'_{c,d} p'_c + \dots$$

$$D'_{a,d} + D'_{b,d} p'_b + D'_{c,d} p'_c + \dots \geq D'_{d,a} p'_d + D'_{d,b} p'_d + D'_{d,c} p'_d + \dots$$

.....

und einerseits alle linken, andererseits alle rechten Seiten addiren, wir 2 identische Ausdrücke erhalten. Dies muss so sein, in Anbetracht dass in dieser Form die linke Seite das Aequivalent der angebotenen Quanta in (A), und die rechte Seite das Aequivalent der gesuchten Quanta von jeder der Waaren (A), (B), (C), (D)... in (A) darstellen. Denn bei beliebigen auf gut Glück ausgerufenen Preisen $p'_b, p'_c, p'_d \dots$ folgt nothwendig, da jeder Tauscher von seiner Waare ein Quantum bietet, welches der Summe der von ihm gesuchten Quanta der anderen Waaren gleichwerthig ist, dass die Gesamt-Quanta der gebotenen und der gesuchten Waaren gleichwerthig sind. Es folgt daraus auch, dass, wenn bei den Preisen $p'_b, p'_c, p'_d \dots$ die Nachfrage gewisser Waaren grösser als deren Angebot ist, das Angebot gewisser anderer Waaren grösser als deren Nachfrage sein muss und umgekehrt.

Nehmen wir nunmehr den Ausdruck

$$D'_{a,b} \frac{1}{p'_b} + D'_{c,b} \frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b} \frac{p'_d}{p'_b} + \dots \geq D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \dots$$

sehen wir von $p'_c, p'_d \dots$ ab und untersuchen, wir unter der Annahme, dass diese Preise bestimmt seien und nur noch p_b allein zu bestimmen übrig sei, in welcher Weise p_b zwischen Null und unendlich geändert werden muss, um die Ungleichung in eine Gleichung zu verwandeln.

Die rechte Seite stellt die Nachfrage nach (B) in (A), (C), (D)... dar. Alle Glieder sind Funktionen von p_b , und zwar abnehmende, wenn p_b zunimmt, und zunehmende, wenn p_b abnimmt. Wenn p_b Null ist, so sind die gesuchten Quanta diejenigen, welche zum unbeschränkten Genuss erforderlich sind. Wenn p_b unendlich gross wird, so werden die gesuchten Quanta Null.

Die linke Seite stellt das Angebot von (B) gegen (A), (C), (D)... dar. Alle Glieder sind ebenfalls Funktionen von p_b , doch ist das Verhältnis ihrer Aenderung zu der von p_b verwickelter. Wenn p_b Null ist, so sind die Preise von (A), (C), (D)... in (B) unendlich gross; die vom Besitzer von (B) gesuchten Quanta von (A), (C), (D)... sind Null; und in Folge davon ist das Angebot von (B) gleich Null. Wenn p_b zunimmt, so nehmen die Preise von (A), (C), (D)... in (B) ab, mit anderen Worten: (A), (C), (D)... werden im Verhältnis zu (B) billiger; die Nachfrage nach (A), (C), (D)... in (B) ergibt sich daraus ebenso, wie das begleitende Angebot von (B). Doch wächst jenes Angebot nicht in das Unendliche. Wenn p_b stetig zunimmt, so verringern sich die Preise von (A), (C), (D)... in (B) mehr und mehr, mit anderen Worten: (A), (C), (D)... werden stetig billiger im Verhältnis zu (B); die Nachfrage nach (A), (C), (D)... in (B) wächst, doch das begleitende Angebot von (B) nimmt ab. Schliesslich, wenn p_b unendlich gross ist, so sind die Preise von (A), (C), (D)... in (B) Null, mit anderen Worten: (A), (C), (D)... sind umsonst zu haben; die von (A), (C), (D)... seitens der Besitzer von (B) gesuchten Quanta sind diejenigen, welche zum unbeschränkten Genuss erforderlich sind, doch das Angebot von (B) ist Null.

Unter diesen Bedingungen, und unter der Voraussetzung, dass die rechte Seite, welche die Nachfrage nach (B) darstellt, nicht Null geworden ist, ehe die linke, welche das Angebot von (B) darstellt, aufgehört hat Null zu sein, giebt es einen gewissen Werth von p_b , für welchen das Angebot von (B) und die Nachfrage nach (B) gleich sind. Um auf diesen Werth zu kommen, haben wir, wenn die Nachfrage nach (B) grösser als das Angebot ist, p_b zu vermehren, und, wenn das Angebot von (B) grösser als die Nachfrage ist, p_b zu vermindern. So erhalten wir die Gleichung

$$\Delta'_{a,b} \frac{1}{p''_b} + \Delta'_{c,b} \frac{p'_c}{p''_b} + \Delta'_{d,b} \frac{p'_d}{p''_b} + \dots = \Delta'_{b,a} + \Delta'_{b,c} + \Delta'_{b,d} + \dots$$

Durch diese Operation nimmt die Ungleichung

$$D'_{a,c} \frac{1}{p'_c} + D'_{b,c} \frac{p'_b}{p'_c} + D'_{d,c} \frac{p'_d}{p'_c} + \dots \geq D'_{c,a} + D'_{c,b} + D'_{c,d} + \dots$$

folgende Form an:

$$\Delta'_{a,c} \frac{1}{p'_c} + \Delta'_{b,c} \frac{p''_b}{p'_c} + \Delta'_{d,c} \frac{p'_d}{p'_c} + \dots \geq \Delta'_{c,a} + \Delta'_{c,b} + \Delta'_{c,d} + \dots$$

Hieraus aber können wir die Gleichung

$$\Delta''_{a,c} \frac{1}{p''_c} + \Delta''_{b,c} \frac{p''_b}{p''_c} + \Delta''_{d,c} \frac{p'_d}{p''_c} + \dots = \Delta''_{c,a} + \Delta''_{c,b} + \Delta''_{c,d} + \dots$$

erhalten, durch Vermehrung oder Verminderung von p'_c , je nachdem die Nachfrage nach (C) grösser als das Angebot, oder das Angebot grösser als die Nachfrage ist.

In gleicher Weise erhalten wir die Gleichung

$$\Delta'''_{a,d} \frac{1}{p''_d} + \Delta'''_{b,d} \frac{p''_b}{p''_d} + \Delta'''_{c,d} \frac{p''_c}{p''_d} + \dots = \Delta'''_{d,a} + \Delta'''_{d,b} + \Delta'''_{d,c} + \dots$$

und so fort.

Nach Beendigung aller dieser Operationen haben wir

$$D''_{a,b} \frac{1}{p''_b} + D''_{c,b} \frac{p''_c}{p''_b} + D''_{d,b} \frac{p''_d}{p''_b} + \dots \geq D''_{b,a} + D''_{b,c} + D''_{b,d} + \dots$$

und, was uns nun noch zum Schluss zu beweisen bleibt, ist, dass diese Ungleichung der Gleichheit näher steht als die Ungleichung:

$$D'_{a,b} \frac{1}{p'_b} + D'_{c,b} \frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b} \frac{p'_d}{p'_b} + \dots \geq D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \dots$$

Aber dies erscheint als gewiss, wenn wir bedenken, dass die Aenderung von p'_b in p''_b , die jene letzte Ungleichung der Gleichheit zuführte, gerade in

diesem Sinne gewirkt hat, während die Aenderungen von p'_c in p''_c , von p'_a in p''_a ..., welche die vorherige Ungleichung von der Gleichheit entfernten, Wirkungen im entgegengesetzten Sinne gehabt haben, die bis zu einem gewissen Grade sich gegenseitig aufhoben. Aus diesem Grunde liegt das System der neuen Preise p''_b, p''_c, p''_a ... dem Gleichgewicht näher, als das System der alten Preise p'_b, p'_c, p'_a ... und wir haben nur nach derselben Methode fortzufahren, um uns mehr und mehr den Gleichgewichts-Preisen zu nähern.

Sonach sind wir im Stande, das Bildungs-Gesetz der Gleichgewichts-Preise für den Fall des Austausch mehrerer Waaren gegen einander bei Einführung des Werth-Massstabes in folgender Weise zu formuliren: — *Gegeben sind mehrere Waaren, deren Austausch unter Zuhilfenahme eines Werth-Massstabes von statten geht; damit auf dem Marke in Hinsicht auf sie Preis-Gleichgewicht herrsche, d. h. ein fester Preis aller dieser Waaren bestehe, ist es erforderlich und hinreichend, dass bei diesen Preisen die Nachfrage einer jeden Waare gleich ihrem Angebot sei. Ist diese Gleichheit nicht vorhanden, so bedarf es, um das Gleichgewicht herzustellen, einer Hausse derjenigen Waaren, deren Nachfrage grösser als ihr Angebot ist, und einer Baisse derjenigen, deren Angebot grösser als ihre Nachfrage ist.*

§. 6. Analytische Definition des Austausches mehrerer Waaren. Aenderungs-Gesetz der Gleichgewichts-Preise.

Aus obigem Beweise geht hervor, dass, ebensowohl für mehrere wie für zwei Waaren, die erforderlichen und hinreichenden Vorbedingungen der Bildung der Markt- oder Gleichgewichts-Preise die Nützlichkeit der Waaren für die Tauscher und der Vorrath an diesen Waaren seitens der Besitzer sind. Sind diese preisbildenden Vorbedingungen bestimmt, so werden die gegenseitigen Preise der Waaren oder einfacher ihre Preise in irgend einer unter ihnen, empirisch auf dem Markt bestimmt, durch den Mechanismus der freien Konkurrenz, genau so wie mathematisch bestimmt werden durch die 3 Bedingungen: 1) des Genuss-Maximums; 2) der Gleichheit von Angebot und Nachfrage; 3) des allgemeinen Gleichgewichtes des Marktes.

Also: — *Der Austausch mehrerer Waaren auf einem Markte, wo freie Konkurrenz waltet, ist eine Operation, durch welche alle Besitzer der einen oder der anderen von diesen Waaren sich die möglichst grösste Befriedigung ihrer Bedürfnisse verschaffen, welche verträglich ist mit der Bedingung, dass nicht allein zwei beliebige Waaren gegenseitig nach einem gemeinsamen und identischen Verhältnisse ausgetauscht werden, sondern dass obendrein diese beiden Waaren gegen eine beliebige dritte ausgetauscht werden nach zwei Verhältnissen, deren Quotienten gleich dem ersten sind.*

Bedeutet v_a, v_b, v_c, v_d ... die Tauschwerthe der Waaren (A), (B), (C),

(D) . . . , deren Quotienten die Markt- oder Gleichgewichts-Preise sind ; bedeuten $r_{a,1}, r_{b,1}, r_{c,1}, r_{d,1} \dots, r_{a,2}, r_{b,2}, r_{c,2}, r_{d,2} \dots, r_{a,3}, r_{b,3}, r_{c,3}, r_{d,3} \dots$ die Seltenheiten der Waaren, oder die Dringlichkeiten der letzten befriedigten Bedürfnisse nach dem Tausche, so haben wir unter diesen Bedingungen

$$\begin{aligned} v_a & : v_b & : v_c & : v_d & : \dots \\ = r_{a,1} & : r_{b,1} & : r_{c,1} & : r_{d,1} & : \dots \\ = r_{a,2} & : r_{b,2} & : r_{c,2} & : r_{d,2} & : \dots \\ = r_{a,3} & : r_{b,3} & : r_{c,3} & : r_{d,3} & : \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{aligned}$$

was wir mit folgenden Worten aussprechen können: — *Die Tauschwerthe verhalten sich wie die Seltenheiten.*

Hier erscheint endlich das Phänomen des Tauschwerthes, das so verwickelt ist, besonders wo es sich um mehrere Waaren handelt, in seinem wahren Charakter. Was bedeuten $v_a, v_b, v_c, v_d \dots$? Durchaus nichts Anderes, als unbestimmte und willkürliche Ausdrücke, deren Proportion allein die gemeinsame und identische Proportion der Seltenheiten aller Waaren für alle Besitzer bei dem Zustand allgemeinen Gleichgewichtes des Marktes darstellt; und deren Quotienten von je zwei und zwei daher als Preise gleich den Quotienten von je zwei und zwei Seltenheiten bei einem beliebigen Besitzer, allein eines numerischen Ausdrucks fähig sind. Sonach bleibt der Tauschwerth seinem Wesen nach eine relative Thatsache, das seine Ursache jederzeit in der Seltenheit hat, welche allein eine absolute Thatsache ist.

Der Theoretiker hat das Recht, die Ursachen der Preise für diejenige Zeit als unveränderlich vorauszusetzen, die er nöthig hat, um das Bildungsgesetz der Gleichgewichts-Preise zu formuliren. Aber, nach Beendigung dieser Operation, ist es seine Pflicht sich zu erinnern, dass die Ursachen der Preise wesentlich veränderlich sind, und er hat daher das Aenderungsgesetz der Gleichgewichts-Preise zu formuliren. Dies bleibt uns hier noch zu thun. Ueberdies führt die erste Operation unmittelbar zu der anderen. In der That, die Ursachen der Bildung der Preise sind auch die Ursachen der Aenderung der Preise. Diese Ursachen sind die Nützlichkeiten der Waaren und die Vorräthe dieser Waaren. Hierin liegen also die ersten Gründe und Bedingungen der Aenderung jener Preise.

Das Gleichgewicht sei hergestellt, und es habe unser Besitzer von (A) bezügliche Quanta von (A), (B), (C), (D) . . . , welche ihm zu den Preisen $p_b, p_c, p_d \dots$ von (B), (C), (D) . . . in (A) das Genuss-Maximum gewähren. Dieser Zustand besteht Dank der Gleichheit der Seltenheit-Quotienten mit den Preisen; er besteht nicht mehr, wenn diese Gleichheit aufhört. Sehen wir also zu, in welcher Weise die Aenderungen der Nützlichkeiten und des Vorrathes den Zu-

stand des Genuss-Maximums stören können und welches die Folgen dieser Störung sein müssen.

Was die Aenderungen in der Nützlichkeit betrifft, so können sie in sehr verschiedenen Formen auftreten: es kann Vermehrung der intensiven und Verminderung der extensiven Nützlichkeit statthaben, oder umgekehrt, u. s. w. Auch müssen wir vorsichtig sein, wenn wir in dieser Hinsicht allgemeine Regeln aufstellen. Deshalb wollen wir die Ausdrücke *Vermehrung* und *Verminderung der Nützlichkeit* den *Form-Veränderungen der Bedürfnis-Kurve* vorbehalten, welche zur Folge haben, dass sich die Dringlichkeit des letzten befriedigten Bedürfnisses, oder die Seltenheit, nach dem Tausche vermehrt oder vermindert. Dies vorausgeschickt, nehmen wir eine Vermehrung der Nützlichkeit von (B) an, d. h. eine derartige Form-Veränderung der Bedürfnis-Kurve von (B), dass sich daraus eine Vermehrung der Seltenheit von (B) für unsern Mann ergibt. Das Genuss-Maximum besteht für diesen Mann nicht mehr. Im Gegentheil, es ist für ihn vortheilhaft, zu den Preisen $p_b, p_c, p_d \dots$ nach (B) zu fragen unter Angebot von (A), von (C), von (D)... Weil nun Gleichheit von Angebot und Nachfrage aller Waaren (A), (B), (C), (D)... zu den Preisen $p_b, p_c, p_d \dots$ bestand, so wird jetzt ein Ueberschuss der Nachfrage über das Angebot von (B) und ein Ueberschuss des Angebotes über die Nachfrage nach (A), (C), (D)... vorhanden sein. Daher Hausse von p_b und Baisse von $p_c, p_d \dots$. Doch nunmehr besteht auch für die anderen Tauscher nicht mehr das Genuss-Maximum. Im Gegentheil, es ist für sie vortheilhaft, bei einem Preise von (B) in (A), der grösser als p_b ist, und bei Preisen von (C), (D)... in (A), die kleiner als $p_c, p_d \dots$ sind, von (B) anzubieten unter Nachfrage nach (A), nach (C), nach (D)... Das Gleichgewicht wird sich wieder herstellen, wenn bei diesem Preise von (B), der grösser als p_b ist, und bei diesen Preisen von (C), (D)..., die kleiner als $p_c, p_d \dots$ sind, Angebot und Nachfrage aller Waaren (A), (B), (C), (D)... gleich sind. Somit hat die Vermehrung der Nützlichkeit von (B) für unsern Mann eine Hausse von (B) zur Folge gehabt. Sie hat auch eine Baisse von (C), von (D)... zur Folge gehabt. Indessen diese zweite Folge wird weniger fühlbar sein als die erste, falls die anderen Waaren sehr zahlreich auf dem Markt vertreten sind und falls das von einer jeden gegen (B) ausgetauschte Quantum sehr gering ist. Eine Verminderung der Nützlichkeit von (B) würde einleuchtender Weise eine Baisse für (B) und eine weniger fühlbare Hausse von (C), von (D)... zur Folge gehabt haben.

Wir brauchen nur einen Blick auf die Bedürfnis-Kurven zu werfen, um gewahr zu werden, dass eine Vermehrung des Vorrathes eine Verminderung der Seltenheit zur Folge hat, und dass eine Verminderung des Vorrathes eine Vermehrung der Seltenheit zur Folge hat. Im Uebrigen sahen wir oben, dass mit der Vermehrung oder Verminderung der Seltenheit der Preis steigt oder fällt. Demnach sind die Wirkungen der Aenderungen des Vorrathes denen der

Aenderung in der Nützlichkeit genau entgegengesetzt; und wir können das Gesetz, welches wir suchen, in folgenden Worten aussprechen:

Sind auf einem Markt, wo der Austausch bei Einführung eines Werth-Massstabes geschieht, mehrere Waaren im Zustand allgemeinen Gleichgewichtes gegeben, und nimmt unter übrigens gleichen Umständen die Nützlichkeit einer jener Waaren für einen oder für mehrere der Tauscher zu oder ab, so steigt oder fällt der Preis dieser Waare.

Nimmt unter übrigens gleichen Umständen der Vorrath einer dieser Waaren bei einem oder mehreren der Besitzer zu oder ab, so steigt oder fällt der Preis dieser Waare.

Hier ist zu bemerken, dass, wenn schon die Aenderung der Preise nothwendig eine Aenderung in den Ursachen jener Preise bedeutet, die Stabilität der Preise nicht nothwendiger Weise auf die Stabilität der Ursachen jener Preise schliessen lässt. In der That, wir dürfen, ohne weiteren Beweis, noch folgende zwiefache Behauptung aufstellen:

Sind mehrere Waaren gegeben, und ändern sich die Nützlichkeit und der Vorrath einer dieser Waaren in Bezug auf einen oder mehrere Besitzer oder Tauscher derart, dass die Seltenheiten unverändert bleiben, so bleibt auch der Preis dieser Waare unverändert.

Aendern sich die Nützlichkeit und der Vorrath aller Waaren, in Bezug auf einen oder mehrere Tauscher oder Besitzer derart, dass die Seltenheits-Quotienten unverändert bleiben, so bleiben auch die Preise unverändert.

Dies ist das *Aenderungs-Gesetz der Preise*; vereinigen wir es mit dem weiter oben ausgesprochenen *Bildungs-Gesetz der Preise*, so haben wir die wissenschaftlichen Formen dessen, was man in der Volkswirtschaftslehre **Gesetz des Angebots und der Nachfrage** zu nennen pflegt. Ich bemerkte schon, dass dieses Grund-Gesetz bisher weder jemals bewiesen, noch auch nur wissenschaftlich formulirt worden ist. Ich füge heute hinzu, dass diese Formel und dieser Beweis dem Wesen der Sache nach die Definition der Nachfrage, des Angebotes, der Seltenheit, wie auch das Studium der Beziehungen der Nachfrage, des Angebotes und der Seltenheit mit den Preisen voraussetzt; **alles** Dinge, die unmöglich ohne mathematische Sprache, Methode und Grundsätze ausführbar sind. Hieraus geht denn auch zum Schluss hervor, dass, wie ich schon oben sagte, die mathematische Form für die reine Volkswirtschaftslehre nicht nur möglich, sondern nothwendig und unerlässlich ist.

III.

Gleichungen der Produktion ¹⁾.

§. 1. Von den drei produktiven Diensten.

Wie verwickelt auch ein Phänomen sein mag, — und sicherlich ist es das in der Volkswirtschaft auftretende Phänomen im hohen Grade, — so bleibt es doch stets möglich, es wissenschaftlich zu studiren, wenn man nur die Regel einhält, vom Einfachen zum Zusammengesetzten vorzuschreiten. Ich behandelte in einer ersten Denkschrift den gegenseitigen Austausch von zwei Waaren in Natur, und in einer zweiten Denkschrift den gegenseitigen Austausch mehrerer Waaren bei Einführung eines Werth-Massstabes. Ich habe hierbei, wie ich es vorher angekündigt hatte, den Umstand ausser Acht gelassen, dass jene Waaren Produkte sind, die aus dem Zusammenwirken produktiver Dienste von Grund und Boden, Menschen und Kapitalien hervorgehen. Der Augenblick ist gekommen, diesen wesentlichen Umstand einzuführen und, nach dem Problem der mathematischen Bestimmung des Preises der Produkte, dasjenige der mathematischen Bestimmung des Preises der produktiven Dienste aufzustellen. Die Lösung des ersten Problems und der Gleichungen des Tausches hat uns zu der wissenschaftlichen Formel des *Gesetzes des Angebotes und der Nachfrage* geführt. Die Lösung des zweiten, und der Gleichungen der Produktion wird uns zu der wissenschaftlichen Formel des *Gesetzes der Produktionskosten d. h. des Herstellungs-Preises* führen. Und somit werde ich die beiden grossen Gesetze der Volkswirtschaftslehre gefunden haben; nur, statt sie in gegenseitigen Wettstreit und Widerspruch hinsichtlich der Bestimmung der Preise zu bringen, werde ich einem jeden seinen Antheil daran gelassen haben: auf das erstere gründet sich die Bestimmung der Preise der Produkte; auf das letztere die Bestimmung der Preise der produktiven Dienste. Sicher-

¹⁾ Denkschrift, gelesen vor der naturwissenschaftlichen Gesellschaft des Waadtlandes zu Lausanne, in den Sitzungen vom 19. Januar und 16. Februar 1876.

lich wird, wie die Nationalökonomien allerseits erkannt haben und wie es auch mir — man wolle mir dies glauben! — keineswegs gänzlich entgangen ist, in einem gewissen normalen und idealen Zustande der Verkaufs-Preis der Waaren gleich ihrem Herstellungs-Preise sein. In einem solchen Zustand des Gleichgewichtes des Tausches und der Produktion hat die Produktion einer Flasche Wein, die sich zu 5 Fr. verkauft, 2 Fr. Pacht, 2 Fr. Lohn, 1 Fr. Zins gekostet. Bleibt zu entscheiden, ob die Flasche Wein deswegen sich zu 5 Fr. verkauft, weil man 2 Fr. Pacht, 2 Fr. Lohn, 1 Fr. Zins bezahlt hat; oder ob man nicht vielmehr 2 Fr. Pacht, 2 Fr. Lohn, 1 Fr. Zins bezahlt, weil jene Flasche Wein sich zu 5 Fr. verkauft. Kurz, es bleibt zu entscheiden, ob, wie behauptet wird, der Preis der produktiven Dienste den Preis der Produkte bestimmt, oder ob es nicht vielmehr der Preis der Produkte ist, der, wie wir sahen, bestimmt durch das Gesetz des Angebotes und der Nachfrage, seinerseits den Preis der produktiven Dienste bestimmt durch das Gesetz der Produktionskosten oder des Herstellungspreises. Dies soll hier geprüft werden.

Die produktiven Dienste sind ihrer drei: Die Schriftsteller, wenn sie dieselben aufzählen, nennen sie häufig: *Grund und Boden*, *Arbeit* und *Kapital*. Doch sind diese Bezeichnungen nicht scharf genug, um logischen Schlussfolgerungen als Grundlage dienen zu können. Die *Arbeit* ist der Dienst der *persönlichen Fähigkeiten* oder der *Personen*; an ihrer Seite ist also nicht der Grund und Boden und das Kapital zu stellen, sondern die Dienste der *Grundstücke* unter dem Namen *Rente*, und der Dienst der *Kapitalien* in engerem Sinne unter dem Namen *Nutzen* oder *Nutz-Ertrag*. Da ich diese Ausdrücke zwar nicht geradezu ändere, aber doch in ein wenig beschränkterem Sinne, als in der Regel geschieht, anwende, so liegt mir ob, sie genauer zu definieren. Ich nenne, ebenso wie es mein Vater that in seiner „*Théorie de la richesse sociale*“, *Kapital* in weiterem Sinne jedwedes wirtschaftliche Gut, das gar nicht oder doch nur langsam konsumirt wird, jedweden dem Quantum nach beschränkten Nutz-Gegenstand, welcher den ersten davon gemachten Gebrauch überdauert, kurz der mehr als einmal dient: z. B. ein Haus, ein Möbel; ich nenne *Einkommen* jedwedes wirtschaftliche Gut, das unmittelbar konsumirt wird, jeden seltenen Gegenstand, der nach dem ersten gewährten Dienst nicht mehr vorhanden ist, kurz, der nur einmal dient: Brot, Fleisch. So sind die Rohstoffe der Landwirtschaft und des Gewerbes, als Sämereien, Faserstoffe u. s. w., in soweit sie Rohstoffe sind, Einkünfte und nicht Kapitalien, umgekehrt sind die Gebäude, die Maschinen Kapitalien und nicht Einkünfte. Ich füge hinzu, dass, wenn gewisse Arten der wirtschaftlichen Güter von Natur aus Kapitalien bilden und andere von Natur aus zu den Einkünften gehören, so auch in grosser Menge solche vorhanden sind, die je nach dem Gebrauch, zu welchem man sie verwendet, oder nach dem Dienst, zu welchem man sie nutzt, entweder Kapitalien oder Einkünfte sind. Hierzu gehört das Vieh, das, solange es arbeitet oder solange es Milch giebt oder Eier legt, ein Kapital ist, und das

ein Einkommen ist, wenn man es schlachtet, um sich davon zu ernähren. Ob nun aber von Natur aus, oder durch unsere Bestimmung, immer dient jedweder dem Quantum nach beschränkte Nutz-Gegenstand, jeder seltene Gegenstand, entweder öfter als einmal, oder einmal, und ist daher entweder ein Kapital oder ein Einkommen. Grundstücke, Personen und Kapitalien in engerem Sinne sind Kapitalien; der Dienst der Grundstücke oder die Rente, der Dienst der Personen oder die Arbeit, der Dienst der Kapitalien oder der Nutzen sind Einkünfte. Wir haben also, wollen wir genau und scharf sein, als produktive Dienste drei Arten von Kapitalien und Einkünften zu unterscheiden: *Grund-Kapitalien* und -Einkünfte, *persönliche* Kapitalien und -Einkünfte und *bewegliche* Kapitalien und -Einkünfte: Grundstücke und Rente, Personen und Arbeit, Kapitalien und Nutzen. So berichtigt sind die landläufigen Bezeichnungen zulässig. Sie sind alsdann in der Natur der Dinge begründet. Grundstücke sind *unvergängliche* Kapitalien; die persönlichen Fähigkeiten sind *unübertragbare* Kapitalien; die Kapitalien in engerem Sinne sind *künstliche* Kapitalien; und diese Charaktere haben eine wirtschaftliche Bedeutung, welche die Unterscheidung nicht nur erklärt, sondern rechtfertigt. So bewirkt der Umstand, dass Grundstücke unkonsumierbar und unzerstörbar sind, dass der Preis ihres Einkommens weder eine Tilgungs- noch eine Versicherungsprämie in sich begreift. Der Umstand, dass die Kapitalien aus Produkten des Gewerbefleisses bestehen, bewirkt, dass sein Verkaufspreis übereinstimmt mit seinem Herstellungspreis u. s. w.

Wir haben nun zu untersuchen, warum und wie es zugeht, dass in einer wirtschaftlichen Gesellschaft, die dem Walten der freien Konkurrenz anheimgegeben ist, für den Dienst der Grundstücke oder für die Rente, für den Dienst der Personen oder für die Arbeit, für den Dienst der Kapitalien oder für den Nutzen Marktpreise vorhanden sind, die mathematische Grössen sind; wir haben, um genau zu sein, das System von Gleichungen zu formuliren, deren Wurzeln Pacht, Lohn und Zins sind. Leuchtet die Wichtigkeit dieses Studiums nicht genügend ein, wenn man bedenkt, dass es in der Volkswirtschaftslehre augenblicklich fünf oder sechs Theorien der Rente giebt, was genau darauf hinausläuft, dass es überhaupt keine Theorie der Rente giebt, so wenig es schliesslich Theorien des Lohns und des Zinses giebt?

§. 2. Mechanismus der Produktion.

Ebenso wie wir beim Angriff des Problems der mathematischen Bestimmung des Preises der Produkte den Mechanismus der freien Konkurrenz in Sachen des Tausches genau zu definiren hatten, ebenso haben wir nun, wo wir an das Problem der mathematischen Bestimmung des Preises der produktiven Dienste gehen, sorgfältig die Thatsachen und die Erfahrung zu prüfen, um aus ihnen die genaue Kenntnis des Mechanismus der freien

Konkurrenz in Sachen der Produktion zu entnehmen. Nehmen wir nun zum Zweck dieser Analyse an, dass für einen Augenblick in einem gegebenen Lande das Wirken der Produktion unterbrochen wäre, so sind wir im Stande, Kapitalien und Einkünfte, die in diesem Lande die Gesamtheit der wirtschaftlichen Güter bilden, in die nachfolgenden 13 Abtheilungen zu sondern.

Hinsichtlich der Kapitalien haben wir die folgenden:

1), 2) und 3) *Grund-, persönliche und bewegliche Kapitalien* als Quellen eines Einkommens, das entweder durch die Kapitalien-Inhaber selbst, oder durch die Miether dieses Einkommens, entweder durch Individuen oder durch die Gemeine bezw. den Staat *unmittelbar konsumirt* wird. Hierhin gehören: Wälder und Felder, Grund und Boden von Wohngebäuden, Strassen, Plätzen; Müssiggänger und Dienstboten; Wohngebäude, Möbel, Kleider.

4), 5) und 6) *Grund-, persönliche und bewegliche Kapitalien* als Quellen eines Einkommens, welches durch Landwirtschaft, Gewerbe und Handel *in Produkte umgewandelt* wird. Hierhin gehören: Grund und Boden von Höfen, von Wirtschaftsgebäuden, von Fabriken, von Speichern; Lohnarbeiter; Wirtschaftsgebäude, Fabriken, Speicher, Maschinen, Instrumente, Werkzeuge.

7) *Neue bewegliche Kapitalien*, die augenblicklich noch kein Einkommen bringen und unter dem Titel von Produkten bei den Produzenten lagern.

Hinsichtlich der Einkünfte haben wir die folgenden:

8) Vorräthe von *Einkünften*, bestehend in *Konsumartikeln* bei den Konsumenten. Hierhin gehören: Brot, Fleisch, Wein, Brennholz.

9) Vorräthe von *Einkünften*, bestehend in *Rohstoffen* bei den Produzenten. Hierhin gehören: Dung, Aussaat, Metall, Bauholz, Faserstoffe, Zeugstoffe.

10) *Neue Einkünfte*, bestehend in *Konsumartikeln* und *Rohstoffen*, die zum Verkauf bei den Produzenten unter dem Titel von Produkten lagern.

Wir haben schliesslich hinsichtlich der Münze

11), 12 und 13) *Umlaufende Münze* bei den Konsumenten, *umlaufende Münze* bei den Produzenten, und *zurückgelegte Münze*.

Wir nahmen das Wirken der wirtschaftlichen Produktion für einen Augenblick unterbrochen an; denken wir es uns wieder im Gange.

Unter den Gegenständen der ersten sechs Abtheilungen werden die Grundstücke, da sie unvergänglich sind, weder konsumirt noch zerstört; die Menschen sterben und werden gemäss der Bewegung der Bevölkerung, unabhängig von der landwirtschaftlichen, gewerblichen und geschäftlichen Produktion; die Kapitalien im engeren Sinne, da sie mit der Zeit konsumirbar und durch Unfall zerstörbar sind, werden verbraucht oder verschwinden, aber sie werden durch jene, unter 7) aufgeführten, neuen Kapitalien ersetzt. In Folge dieser Thatsache vermindert sich also das Quantum der letzteren, wird indessen durch die Produktion wieder ergänzt. Man würde zur Noth, um die Voraussetzungen des Problems zu vereinfachen, und unter dem Vorbehalt, später darauf zurückzukommen, von jener 7^{ten} Abtheilung absehen können, wenn man annimmt,

dass die neuen Kapitalien sogleich in der Form von Produkten in die Abtheilungen 3—6 eingereiht werden.

Die unter 8) und 9) aufgeführten Gegenstände, Konsumartikel und Rohstoffe, werden, da sie unmittelbar konsumirbare Einkünfte sind, konsumirt werden; aber sie werden durch die unter 10) aufgeführten neuen Einkünfte ersetzt werden. Sonach wird das Quantum der letzteren auch hierdurch verringert, doch durch die Produktion wieder ersetzt werden. Man würde auch von dieser 10^{ten} Abtheilung absehen können, unter der Annahme, dass die neuen Einkünfte sogleich unter die Abtheilungen 8) und 9) als Produkte eingereiht würden. Man würde sogar die Abtheilungen 8) und 9) selbst fallen lassen können, unter der Annahme, dass die Konsumartikel und Rohstoffe sogleich nach der Produktion ohne vorherige Aufspeicherung konsumirt werden.

Wir führen dann die Münze in den Tausch ein. In jedem Augenblick wird ein Theil der umlaufenden Münze als Ersparnis zurückgelegt, und ein Theil der zurückgelegten Münze in den Umlauf durch den Kredit wieder eingeführt werden. Wenn man von der Ersparnis absieht, kann man von der zurückgelegten Münze absehen. Wir werden sogleich sehen, dass man von der umlaufenden Münze gleichfalls absehen kann.

Fassen wir das Gesagte zusammen: Sowohl die Kapitalien in engerem Sinne wie Konsumartikel und Rohstoffe konsumiren sich, die erstern allmählich, die letztern unmittelbar; beide werden unmittelbar durch das Zusammenwirken von den in den Abtheilungen 4), 5) und 6) aufgeführten Grund-, persönlichen und beweglichen Kapitalien erneut. Jenes Zusammenwirken eben verlangt nunmehr wohl definirt zu werden; indessen wird uns die Unterscheidung von Kapital und Einkommen, die im vorigen Paragraphen gegeben wurde und die uns schon die Eintheilung der Elemente der Produktion erlaubt hat, nun auch gestatten, jenen Mechanismus zu überblicken. In der That kann das Einkommen aus dem Grunde allein, weil es nach dem ersten erwiesenen Dienst nicht mehr vorhanden ist, nur *verkauft* oder *verschenkt* werden. Dagegen kann das Kapital aus dem Grunde allein, dass es den ersten von ihm gemachten Gebrauch überdauert, *vermietet* werden, sei es nun für Geld oder sei es umsonst. Was bedeutet nun aber *Vermiethung des Kapitals*? Es bedeutet *Entäußerung des Kapital-Einkommens*. Wohlan! eben auf Grund der Vermiethung um Geld wirken die Grund-, persönliche und bewegliche Kapitalien behufs der Produktion zusammen.

Nennen wir den Inhaber von Grundstücken, welcher Art sie auch immer sein mögen, *Grundeigenthümer*, den Inhaber persönlicher Fähigkeiten *Arbeiter*, den Inhaber von Kapital in engerem Sinne *Kapitalist*. Und nennen wir nunmehr *Unternehmer* eine vierte Persönlichkeit, die von den Vorgehenden durchaus verschieden ist, und deren besonderes Geschäft darin besteht, das Grundstück des Grundeigenthümers, die persönlichen Fähigkeiten des Arbeiters und das Kapital des Kapitalisten zu miethen, und in der Landwirthschaft, in

dem Gewerbe oder im Handel die drei produktiven Dienste zu einen. Zweifels- ohne kann in der Wirklichkeit ein und derselbe Mann zwei oder drei der oben aufgeführten Rollen, oder sogar alle viere in sich vereinen; aber es ist doch eben gewiss, dass er alsdann zwei, drei, oder vier verschiedene Rollen erfüllt. Vom wissenschaftlichen Standpunkte aus müssen wir daher diese Rollen unterscheiden und sowohl den Irrthum der englischen Nationalökonomien vermeiden, die den Unternehmer und Kapitalisten nicht auseinander halten, als auch den einer gewissen Anzahl französischer Nationalökonomien, die aus dem Unternehmer einen Arbeiter machen, indem sie ihn für speziell mit der Arbeit der Leitung des Unternehmens beauftragt erachten.

Als Folge dieser ersten Auffassung der Rolle des Unternehmers haben wir zwei verschiedene Märkte zu betrachten. Der eine ist der *Markt der produktiven Dienste*: dort begegnen sich die Grundeigenthümer, Arbeiter und Kapitalisten als Verkäufer und die Unternehmer als Käufer der produktiven Dienste, d. h. von Rente, Arbeit und Nutzen. Die produktiven Dienste werden ausgetauscht gemäss dem Mechanismus der freien Konkurrenz; sie werden in Münze bezahlt. Der Preis der Rente heisst *Pacht*; der Preis der Arbeit *Lohn*; der Preis des Nutzens *Zins*. Der andere Markt ist der *Markt der Produkte*: dort begegnen sich die Unternehmer als Verkäufer und die Grundeigenthümer, Arbeiter und Kapitalisten als Käufer von Produkten; diese Produkte werden ebenfalls ausgetauscht gemäss dem Mechanismus der freien Konkurrenz; auch sie werden in Münze bezahlt.

Der Zustand des Gleichgewichts der Produktion, der in sich auch den Zustand des Gleichgewichts des Tausches enthält, ist nunmehr leicht zu definieren. Es ist derjenige, in welchem Angebot und Nachfrage der produktiven Dienste auf dem Markte dieser Dienste einander gleich sind; in welchem Angebot und Nachfrage der Produkte auf dem Markte der Produkte einander gleich sind; und wo schliesslich der Verkaufs-Preis der Produkte gleich ihrem Herstellungs-Preis in produktiven Diensten ist. Dieser Zustand ist ein idealer und kein realer Zustand; aber er ist in *dem* Sinne der normale Zustand, dass gegen ihn hin bei freier Konkurrenz in Sachen der Produktion und des Tausches die Dinge von selbst streben. In der That, wenn bei der freien Konkurrenz in gewissen Unternehmungen der Verkaufs-Preis der Produkte grösser ist, als ihr Herstellungs-Preis in produktiven Diensten, was einen *Gewinn* bedeutet, so strömen die Unternehmer zu, oder entfalten ihre Produktion, was wiederum das Quantum der Produkte vermehrt, den Preis drückt und den Absatz beschleunigt; und wenn in gewissen Unternehmungen der Herstellungs-Preis der Produkte in produktiven Diensten grösser ist als ihr Verkaufs-Preis, was einen *Verlust* bedeutet, so ziehen sich die Unternehmer zurück; oder schränken ihre Produktion ein, was wiederum das Quantum der Produkte vermindert, ihren Preis steigert und den Absatz noch mehr einschränkt. Bemerken wir, dass in diesem Zustand des Gleichgewichts, wenn nicht vom

Werth-Massstab, so doch von der Münze abgesehen werden kann, da die produktiven Dienste gegen Produkte und die Produkte gegen produktive Dienste ausgetauscht werden, oder da, um richtiger zu sprechen, die produktiven Dienste schliesslich gegenseitig ausgetauscht werden.

Sonach haben beim Zustand des Gleichgewichts der Produktion die Unternehmer weder Gewinnst noch Verlust. Sie bestehen dann nicht als Unternehmer, sondern als Grundeigenthümer, Arbeiter oder Kapitalisten in ihren eigenen oder fremden Unternehmungen. Ich halte dafür, dass bei einer logischen Rechnungsführung ein Unternehmer, der Inhaber des Grundstückes ist, welches er ausbeutet oder inne hat, der Theil nimmt an der Leitung seines Unternehmens, der mit Kapital am Geschäft theilhaftig ist, "sich selbst seine allgemeinen Unkosten gutschreiben hat, und sich selbst eine Pacht, einen Lohn und einen Zins schuldig ist, die nach den Markt-Preisen der produktiven Dienste zu berechnen sind," und von welchen er lebt, ohne nothwendiger Weise als Unternehmer Gewinnst oder Verlust zu haben. Und in der That, ist es nicht einleuchtend, dass, wenn er aus seinen eigenen produktiven Diensten in seinem Unternehmen einen Preis zieht, der grösser bezw. kleiner als derjenige ist, den er sonst überall gewinnen würde, er um den Unterschied im Gewinnst oder im Verlust ist?

§. 3. System der Gleichungen der Produktion.

Kommen wir nunmehr auf die unter den ersten sechs Abtheilungen aufgeführten produktiven Dienste zurück, welche nach allen angegebenen Vereinfachungen die wesentlichen Voraussetzungen des Problems bleiben; und seien diese produktiven Dienste die Renten von verschiedenen Grundstücken (T), (T'), (T'')..., die Arbeiten von verschiedenen Personen (P), (P') (P'')..., der Nutzen von verschiedenen Kapitalien (K), (K'), (K'')... Wir denken uns die Quanta dieser produktiven Dienste vermittelt folgender zwei Einheiten gemessen: 1) durch ein natürliches oder künstliches Einheitsmass der Kapitalien; als solches diene die Hektare, die Person, das Kapital selbst, und 2) durch eine Zeiteinheit, z. B. einen Tag. Wir haben also gewisse Quanta von Renten-Tagen einer Hektare von dem und dem Grundstück; Arbeits-Tage der und der Person; Nutzen-Tage von dem und dem Kapital. Seien die verschiedenen Arten dieser produktiven Dienste ihrer n an der Zahl.

Mit Hülfe der oben definirten produktiven Dienste können Produkte verschiedener Art (A), (B), (C), (D)... fabrizirt werden. Diese Fabrikation geschieht entweder unmittelbar, oder mittelbar durch vorherige Fabrikation von Rohstoffen; d. h. entweder durch gegenseitige Kombinirung von Renten, Arbeiten und Nutzen, oder durch Verwendung von Renten, Arbeiten und Nutzen auf Rohstoffe; doch werden wir sehen, dass der zweite Fall sich

auf den ersten zurückführen lässt. Seien die verschiedenen Arten der so fabrizierten Produkte ihrer m an der Zahl.

Die Produkte haben für Jeden eine Nützlichkeit, die wir durch eine Nützlichkeits- oder Bedürfnis-Gleichung von der Form $r = \varphi(q)$ auszudrücken im Stande sind. Doch die produktiven Dienste selbst haben für Jeden eine unmittelbare Nützlichkeit. Und man kann nicht nur nach Belieben den Dienst seines Grundstückes, seiner persönlichen Fähigkeiten, seines Kapitals sowohl im Ganzen wie zum Theil veräußern oder für sich behalten; sondern man kann obendrein, wenn man will, Rente, Arbeit und Nutzen sich erwerben, nicht als Unternehmer, um sie in Produkte umzuwandeln, sondern als Konsument, um sie direkt zu benutzen. Dies haben wir anerkannt, als wir in eine besondere Gruppe neben die unter 4) 5) und 6) aufgeführten produktiven Dienste diejenigen der ersten 3 Abtheilungen hinstellten. Auch die produktiven Dienste sind also Waaren, deren Nützlichkeit für jeden Mann durch eine Gleichung von der Form $r = \varphi(q)$ ausgedrückt werden kann.

Dies vorausgeschickt, denken wir uns nunmehr einen Mann, welcher Besitzer von q_t von (T), von q_p von (P), von q_k von (K) ... ist. Seien ferner $r = \varphi_t(q)$, $r = \varphi_p(q)$, $r = \varphi_k(q)$, ... $r = \varphi_a(q)$, $r = \varphi_b(q)$, $r = \varphi_c(q)$, $r = \varphi_d(q)$, ... die Nützlichkeits- oder Bedürfnis-Gleichungen der produktiven Dienste (T), (P), (K) ... und der Produkte (A), (B), (C), (D) ... für diesen Mann. Seien p_t , p_p , p_k ... p_b , p_c , p_d ... die Markt-Preise der produktiven Dienste und der Produkte in (A). Seien o_t , o_p , o_k ... die angebotenen Quanta der produktiven Dienste zu diesen Preisen, Quanta, die positiv sein können und dann die angebotenen Quanta darstellen, die aber auch negativ sein können und dann die nachgefragten Quanta darstellen. Seien endlich d_a , d_b , d_c , d_d ... die nachgefragten Quanta der Produkte bei denselben Gleichgewichts-Preisen. Zwischen diesen Quanta und Preisen haben wir zunächst die Gleichung

$$o_t p_t + o_p p_p + o_k p_k + \dots = d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots \quad [B]$$

Weiter haben wir, Dank der Bedingung des Genuss-Maximums, welche augenscheinlich die bestimmende Bedingung des positiven oder negativen Angebotes der produktiven Dienste und der Nachfrage der Produkte ist, zwischen eben jenen Quanta und eben jenen Preisen die Gleichungen:

$$\varphi_t(q_t - o_t) = p_t \varphi_a(d_a),$$

$$\varphi_p(q_p - o_p) = p_p \varphi_a(d_a),$$

$$\varphi_k(q_k - o_k) = p_k \varphi_a(d_a),$$

• • • • •

$$\varphi_b(d_b) = p_b \varphi_a(d_a),$$

$$\varphi_c(d_c) = p_c \varphi_a(d_a),$$

$$\varphi_d(d_d) = p_d \varphi_a(d_a),$$

.....

also $n + m - 1$ Gleichungen, die zusammen mit den vorhergehenden ein System von $n + m$ Gleichungen bilden, aus denen allmählich $n + m - 1$ Unbekannte $o_i, o_p, o_k \dots d_a, d_b, d_c, d_d \dots$ eliminirt werden können, dergestalt, dass wir nur noch eine Gleichung haben, welche die $(n + m)^{te}$ Unbekannte als Funktion der Preise $p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots$ giebt. Wir würden sonach die folgenden Angebot- oder Nachfrage-Gleichungen für (T), (P), (K) ... erhalten:

$$o_i = f_i(p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots),$$

$$o_p = f_p(p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots),$$

$$o_k = f_k(p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots),$$

.....

und die folgenden Nachfrage-Gleichungen für (B), (C), (D) ...

$$d_b = f_b(p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots),$$

$$d_c = f_c(p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots),$$

$$d_d = f_d(p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots),$$

.....

Die Nachfrage nach (A) würde durch die Gleichung gegeben sein

$$d_a = o_i p_i + o_p p_p + o_k p_k + \dots - (d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots).$$

Ebenso würden wir die Einzel-Angebot- und Einzel-Nachfrage-Gleichungen der produktiven Dienste und die Gleichungen der Einzel-Nachfrage der Produkte seitens aller anderen Besitzer von produktiven Diensten erhalten. Und bezeichnen wir jetzt mit $O_i, O_p, O_k \dots$ die Gesamt-Angebote der produktiven Dienste; mit $D_a, D_b, D_c, D_d \dots$ die Gesamt-Nachfragen der Produkte; mit $F_i, F_p, F_k \dots F_b, F_c, F_d \dots$ die Summen der Funktionen $f_i, f_p, f_k \dots f_b, f_c, f_d \dots$, so erhalten wir in Hinsicht auf die Bestimmung der gesuchten Quanta das folgende System von n Gleichungen des Gesamt-Angebotes der produktiven Dienste:

$$O_i = F_i(p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots),$$

$$[1] \quad O_p = F_p(p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots),$$

$$O_k = F_k(p_i, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots),$$

.....

und das folgende System von m Gleichungen der Gesamt-Nachfrage nach den Produkten:

$$\begin{aligned}
 [2] \quad D_b &= F_b(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots), \\
 D_c &= F_c(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots), \\
 D_d &= F_d(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots), \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

$$D_a = O_t p_t + O_p p_p + O_k p_k + \dots - (D_b p_b + D_c p_c + D_d p_d + \dots); \quad [13]$$

also im Ganzen $m+n$ Gleichungen. von [12]

Seien weiter $a_t, a_p, a_k \dots b_t, b_p, b_k \dots c_t, c_p, c_k \dots d_t, d_p, d_k$ die bezüglichen Quanta von (T), (P), (K)..., welche in einer Einheit von (A), von (B), von (C), von (D)... enthalten sind, so erhalten wir noch die folgenden zwei weiteren Systeme von Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 [3] \quad a_t D_a + b_t D_b + c_t D_c + d_t D_d + \dots &= O_t, \\
 a_p D_a + b_p D_b + c_p D_c + d_p D_d + \dots &= O_p, \\
 a_k D_a + b_k D_b + c_k D_c + d_k D_d + \dots &= O_k, \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

also n Gleichungen, die besagen, dass die erforderlichen Quanta von produktiven Diensten den angebotenen Quanta gleich sind;

$$\begin{aligned}
 [4] \quad a_t p_t + a_p p_p + a_k p_k + \dots &= 1, \\
 b_t p_t + b_p p_p + b_k p_k + \dots &= p_b, \\
 c_t p_t + c_p p_p + c_k p_k + \dots &= p_c, \\
 d_t p_t + d_p p_p + d_k p_k + \dots &= p_d, \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

also m Gleichungen, welche besagen, dass die Verkaufs-Preise der Produkte gleich ihren Herstellungs-Preisen in produktiven Diensten sind.

Wir nehmen, wie man sieht, die Koeffizienten $a_t, a_p, a_k \dots b_t, b_p, b_k \dots c_t, c_p, c_k \dots d_t, d_p, d_k \dots$ als a priori bestimmt an. In Wirklichkeit sind sie es nicht: Man kann bei der Herstellung eines Produktes mehr oder weniger von gewissen produktiven Diensten verwenden, z. B. mehr oder weniger Rente, unter der Bedingung, dass man weniger oder mehr von gewissen andern produktiven Diensten, z. B. weniger oder mehr Nutz-Ertrag oder Arbeit darauf verwendet. Die bezüglichen Quanta eines jeden der produktiven Dienste, welche somit in eine Einheit eines jeden der Produkte eingehen, sind nur nach der Bestimmung der Preise der produktiven Dienste bestimmt, unter der Bedingung, dass der Herstellungs-Preis des Produktes ein Minimum sei. Es würde nicht schwer sein, diese Bedingung durch ein System von Gleichungen

auszudrücken; da indessen dies System in gewisser Beziehung von den anderen, die wir hier betrachten, unabhängig sein würde, so sehen wir der Einfachheit halber davon ab, unter der Annahme, dass die obigen Koeffizienten zu den Data des Problems gehören.

Wir führen somit, wie wir dies vorhergesagt haben, den Fall der Verwendung der produktiven Dienste auf Rohstoffe auf den Fall der gegenseitigen Kombinirung der produktiven Dienste zurück. Und so muss es sein, angesichts der Thatsache, dass die Rohstoffe selbst Produkte sind, die hergestellt wurden entweder durch gegenseitige Kombinirung der produktiven Dienste oder durch Verwendung der produktiven Dienste auf andere Rohstoffe, von denen man dasselbe sagen könnte; und so fort.

Würde z. B. die Einheit des Produktes (B) durch Verwendung der Quanta β_t von (T), β_p von (P), β_k von (K)... auf das Quantum β_m von dem Rohstoffe (M) hergestellt, so wird der Herstellungs-Preis von (B), p_b , durch die Gleichung gegeben

$$p_b = \beta_t p_t + \beta_p p_p + \beta_k p_k + \dots + \beta_m p_m,$$

in welcher p_m den Herstellungs-Preis von (M) bedeutet. Ist aber der Rohstoff (M) selbst ein Produkt, und die Einheit dieses Produktes durch gegenseitige Kombinirung von m_t von (T), von m_p von (P), von m_k von (K)... hergestellt, so wird der Herstellungs-Preis von (M), p_m , gegeben durch die Gleichung:

$$p_m = m_t^h p_t + m_p p_p + m_k p_k + \dots$$

Führen wir aber diesen Werth von p_m in die vorhergehende Gleichung ein, so hat man

$$p_b = (\beta_t + \beta_m m_t) p_t + (\beta_p + \beta_m m_p) p_p + (\beta_k + \beta_m m_k) p_k + \dots,$$

welche Gleichung mit der zweiten des Systemes [4] identisch ist, sobald man gleichsetzt:

$$\beta_t + \beta_m m_t = b_t, \quad \beta_p + \beta_m m_p = b_p, \quad \beta_k + \beta_m m_k = b_k \dots$$

Man sieht unmittelbar, was zu thun gewesen wäre, wenn der Rohstoff (M) nicht aus der gegenseitigen Kombinirung der produktiven Dienste, sondern durch Verwendung von produktiven Diensten auf irgend einen anderen Rohstoff hergestellt gewesen wäre.

Somit haben wir im Ganzen $2m + 2n$ Gleichungen. Doch diese $2m + 2n$ Gleichungen lassen sich auf $2m + 2n - 1$ zurückführen. In der That, wenn wir die beiden Seiten der n Gleichungen des Systemes [3] beziehungsweise mit $p_t, p_p, p_k \dots$ und die beiden Seiten der m Gleichungen des Systemes [4] beziehungsweise mit D_a, D_b, D_c, D_d multiplizieren und gesondert die Gleichungen eines jeden Systemes addiren, so erhalten wir zwei Gesamt-Gleichungen, deren linke Seiten identisch sind; woraus sich die Gleichheit der rechten Seiten ergibt:

FUNDAMENT.
SYSTEM.

$$O_i p_i + O_p p_p + O_k p_k + \dots = D_a + D_b p_b + D_c p_c + D_d p_d + \dots \quad [3'']$$

eine Gleichung, die mit der m^{ten} Gleichung des Systems [2] identisch ist. Wir können also nach Belieben diese letzte stehen lassen und dafür z. B. die erste des Systems [4] streichen, oder umgekehrt. In dem einen wie im anderen Falle bleiben uns $2m + 2n - 1$ Gleichungen zur Bestimmung der $2m + 2n - 1$ Unbekannten, welche sind: 1) die n angebotenen Gesamt-Quanta der produktiven Dienste, 2) die n Preise dieser Dienste, 3) die m nachgefragten Gesamt-Quanta der Produkte, und 4) die $m - 1$ Preise von $m - 1$ dieser Produkte in der m^{ten} bei dem Zustande des allgemeinen Gleichgewichtes. Es bleibt nur für das Gleichgewicht der Produktion zu beweisen, wie wir dies seiner Zeit für das des Tausches bewiesen haben, dass eben jenes Problem, dessen theoretische Lösung wir gegeben haben, auch dasselbe ist, welches in der Praxis auf dem Markt durch den Mechanismus der freien Konkurrenz seine Lösung findet.

§. 4. Lösung der Gleichungen der Produktion. Markt der Produkte.

Zu diesem Zweck wollen wir uns auf den Markt begeben und annehmen, man bestimme dort auf gut Glück n Preise von produktiven Diensten $p'_i, p'_p, p'_k \dots$. Zu Gunsten eines leichteren Verständnisses der nachfolgenden Operationen wollen wir sie in zwei Phasen zerlegen vermittelt folgender, zwifacher Hypothese. Zunächst nehmen wir an, dass die Unternehmer von (A), (B), (C), (D) ... ihre produktiven Dienste (T), (P), (K) ... auf einem ausländischen Markt kaufen und es auf sich nehmen, diese Dienste später zwar nicht in gleichen aber doch in gleichwerthigen Quanta zurückzuerstatten. Wir werden später annehmen, dass sie sich verpflichten, jene Werthe nicht bloss in gleichwerthigen, sondern auch in gleichen Quanta zurückzuerstatten; in welchem Falle wir auch annehmen können, dass sie ihre produktiven Dienste auf dem einheimischen Markt bei den Grundeigenthümern, Arbeitern und Kapitalisten einkaufen, denen sie ihre Produkte verkaufen. Man erkennt, dass diese Verfahrungsweise, wenn nicht vom Werth-Massstab, so doch von der Münze absieht.

Folgende Bemerkung ist nicht überflüssig: unter den aufgeführten Data und Bedingungen ist vorläufig diejenige inbegriffen, dass die Kapitalien in Natur verliehen werden. Erst später werden wir ihre Verleihbarkeit in Geld in Betracht ziehen.

Sind die Preise $p'_i, p'_p, p'_k \dots$ bestimmt, wie dies oben gesagt worden ist, so folgen aus ihnen für die Unternehmer gewisse *Herstellungs-Preise* $p'_a, p'_b, p'_c, p'_d \dots$ gemäss den Gleichungen

$$p'_a = a_i p'_i + a_p p'_p + a_k p'_k + \dots$$

$$p'_b = b_i p'_i + b_p p'_p + b_k p'_k + \dots$$

aus [4]

$$p'_c = c_t p'_t + c_p p'_p + c_k p'_k + \dots$$

$$p'_d = d_t p'_t + d_p p'_p + d_k p'_k + \dots$$

.....

Wir hätten die Möglichkeit gehabt, wie man bemerken wird, $p'_t, p'_p, p'_k \dots$ der Art zu bestimmen, dass $p'_a = 1$ gewesen wäre. Wir werden seiner Zeit und bei passender Gelegenheit von dieser Möglichkeit Gebrauch machen. Für den Augenblick verfahren wir ohne Rücksicht darauf, ob der Herstellungspreis von (A) grösser, kleiner oder auch gleich dem Verkaufspreis ist.

Wir haben nunmehr anzunehmen, dass die Unternehmer auf dem ausländischen Markte zu den Preisen $p'_t, p'_p, p'_k \dots$ produktive Dienste (T), (P), (K) ... in unbeschränkten Quanta vorfinden, und dass sie zu den Herstellungspreisen $p'_a, p'_b, p'_c, p'_d \dots$ auf gut Glück bestimmte Quanta $\Omega_a, \Omega_b, \Omega_c, \Omega_d \dots$ von (A), (B), (C), (D) ... produzieren, wozu die Quanta $\Delta_t, \Delta_p, \Delta_k \dots$ von (T), (P), (K) erforderlich sind, gemäss den Gleichungen

$$\Delta_t = a_t \Omega_a + b_t \Omega_b + c_t \Omega_c + d_t \Omega_d + \dots$$

$$\Delta_p = a_p \Omega_a + b_p \Omega_b + c_p \Omega_c + d_p \Omega_d + \dots$$

$$\Delta_k = a_k \Omega_a + b_k \Omega_b + c_k \Omega_c + d_k \Omega_d + \dots$$

.....

Werden alsdann die Quanta $\Omega_a, \Omega_b, \Omega_c, \Omega_d \dots$ auf den Markt des Landes, welches wir hier betrachten, gebracht, so wird ihr Verkauf durch die Unternehmer dort gemäss dem Mechanismus der freien Konkurrenz stattfinden. Studiren wir zunächst die Bedingungen des Verkaufes der Produkte (B), (C), (D) ... und hernach den Verkauf des Produktes (A), welches als Werth-Massstab dient.

Die Quanta $\Omega_b, \Omega_c, \Omega_d \dots$ von (B), (C), (D) ... mögen zu den Verkaufspreisen $\pi_b, \pi_c, \pi_d \dots$ verkauft werden gemäss den Gleichungen

$$\Omega_b = F_b (p'_t, p'_p, p'_k \dots \pi_b, \pi_c, \pi_d \dots),$$

$$\Omega_c = F_c (p'_t, p'_p, p'_k \dots \pi_b, \pi_c, \pi_d \dots),$$

$$\Omega_d = F_d (p'_t, p'_p, p'_k \dots \pi_b, \pi_c, \pi_d \dots),$$

.....

In der That, da auf dem Markt freie Konkurrenz waltet, so wird der Verkauf der Produkte sich vollziehen gemäss der dreifachen Bedingung: 1) des Genuss-Maximums, 2) der Preiseinheit der Produkte wie der produktiven Dienste, 3) des allgemeinen Gleichgewichts. Das obige System ist aber ein System von $m-1$ Gleichungen mit $m-1$ Unbekannten, welches genau jenen drei Bedingungen entspricht.

Da nun die Verkaufspreise $\pi_b, \pi_c, \pi_d \dots$ im Allgemeinen von den Herstellungspreisen $p'_b, p'_c, p'_d \dots$ verschieden sind, so werden die Unternehmer

von (B), (C), (D) Gewinnst haben oder Verlust erleiden, die beide ausgedrückt sind durch die Differenzen

$$\Omega_b (\pi_b - p'_b), \quad \Omega_c (\pi_c - p'_c), \quad \Omega_d (\pi_d - p'_d) \dots$$

Wir kennen zwar die Funktionen $F_b, F_c, F_d \dots$ nicht, indessen geht doch aus der Natur selbst des Phänomens des Tausches hervor, dass jene Funktionen zunehmen oder abnehmen, je nachdem die Werthe, für die erste von p_b , für die zweite von p_c , für die dritte von $p_d \dots$ u. s. f. abnehmen oder zunehmen. Nimmt man also z. B. an, dass $\pi_b > p'_b$ ist, so könnte man π_b verringern durch Vermehrung von Ω_b ; und nimmt man umgekehrt an, dass $\pi_b < p'_b$ ist, so könnte man π_b vermehren durch Verminderung von Ω_b . Dergleichen, wenn $\pi_c \geq p'_c, \pi_d \geq p'_d \dots$, könnte man $\pi_c, \pi_d \dots$ vermindern oder vermehren durch Vermehrung oder Verminderung von $\Omega_c, \Omega_d \dots$. So würde es gelingen, durch Versuche näherungsweise gewisse Quanta $D'_b, D'_c, D'_d \dots$ von (B), (C), (D) ... zu bestimmen, zu deren Herstellung die Quanta $D'_t, D'_p, D'_k \dots$ von (T), (P), (K) ... erforderlich wären gemäss den Gleichungen

$$D'_t = a_t \Omega_a + b_t D'_b + c_t D'_c + d_t D'_d + \dots$$

$$D'_p = a_p \Omega_a + b_p D'_b + c_p D'_c + d_p D'_d + \dots$$

$$D'_k = a_k \Omega_a + b_k D'_b + c_k D'_c + d_k D'_d + \dots$$

.....

und deren Verkauf zu den Verkaufs-Preisen $p'_b, p'_c, p'_d \dots$ stattfinden würde gemäss den Gleichungen

$$D'_b = F_b (p'_t, p'_p, p'_k \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots),$$

$$D'_c = F_c (p'_t, p'_p, p'_k \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots),$$

$$D'_d = F_d (p'_t, p'_p, p'_k \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots),$$

.....

Aber dieses Probiren ist genau dasselbe, was von selbst auf dem Markt der Produkte geschieht unter dem Obwalten der freien Konkurrenz, wenn die Unternehmer zu den Unternehmungen zuströmen oder von denselben sich zurückziehen, je nachdem darin Gewinnst oder Verlust in Aussicht steht.

Bei den Verkaufs- und gleicher Zeit Herstellungs-Preisen $p'_b, p'_c, p'_d \dots$ entsprechen auf dem inländischen Markte den nachgefragten Quanta $D'_b, D'_c, D'_d \dots$ von (B), (C), (D) ... angebotene Quanta $O'_t, O'_p, O'_k \dots$ von (T), (P), (K) ... gemäss den Gesamt-Angebot-Gleichungen der produktiven Dienste:

$$O'_t = F_t (p'_t, p'_p, p'_k \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots),$$

$$O'_p = F_p (p'_t, p'_p, p'_k \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots),$$

$$O'_k = F_k (p'_t, p'_p, p'_k \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots),$$

.....

welche zusammen mit den Gesamt-Nachfrage-Gleichungen der Produkte ein System von Tausch-Gleichungen bilden, welches den drei Bedingungen des Genuss-Maximums, der Preiseinheit und des allgemeinen Gleichgewichtes entspricht.

Man fragt dann auch in der That nach einem Quantum D'_a von (A), welches durch die Gleichung bestimmt ist

$$D' = O'_t p'_t + O'_p p'_p + O'_k p'_k + \dots - (D'_b p'_b + D'_c p'_c + D'_d p'_d + \dots).$$

Weiter nun zieht man aus den beiden Gleichungen-Systemen, von denen sich das eine auf den Herstellungs-Preis der Produkte als Funktion des Preises der produktiven Dienste, und das andere auf die gesuchten Quanta der produktiven Dienste als Funktion der Quanta der fabrizirten Produkte bezieht, die Gleichung:

$$\Omega_a p'_a = D'_t p'_t + D'_p p'_p + D'_k p'_k + \dots - (D'_b p'_b + D'_c p'_c + D'_d p'_d + \dots).$$

Man hat also auch

$$D'_a - \Omega_a p'_a = (O'_t - D'_t) p'_t + (O'_p - D'_p) p'_p + (O'_k - D'_k) p'_k + \dots$$

Das produzierte Quantum der als Werth-Massstab dienenden Waare (A) ist bisher nur auf gut Glück bestimmt; doch ist es leicht, auch dieses derart zu bestimmen, dass die Unternehmer weder Gewinnst noch Verlust haben. Zu diesem Zweck müssen die auf dem ausländischen Markte gekauften produktiven Dienste und die auf dem inländischen Markte von den Unternehmern eingenommenen Quanta gleichwerthig sein, da nach Voraussetzung die Unternehmer von (B), (C), (D)... weder Gewinnst noch Verlust haben. Sonach ist erforderlich, dass

$$(O'_t - D'_t) p'_t + (O'_p - D'_p) p'_p + (O'_k - D'_k) p'_k + \dots = 0$$

ist; also dass

$$D'_a = \Omega_a p'_a$$

ist; und da für das Gleichgewicht die Nachfrage nach (A), D'_a , und das Angebot von (A), Ω_a , gleich sein müssen, so muss $p'_a = 1$ sein, d. h. der Herstellungs-Preis der als Werth-Massstab dienenden Waare muss gleich seinem Verkaufs-Preise sein. Dies findet statt, wenn man dafür Sorge trägt, dass

$$p'_a = a_t p'_t + a_p p'_p + a_k p'_k + \dots = 1.$$

Ist diese Gleichung nicht erfüllt, so ist kein Gleichgewicht möglich.

Und nehmen wir diese Gleichung als erfüllt an, so wird Gleichgewicht bestehen, wenn $\Omega_n = D'_n$ sein wird. Wenn man somit den Preis der produktiven Dienste derart bestimmt hat, dass der Herstellungs-Preis des Werth-Massstabes gleich der Einheit ist, so wird es in der Praxis zur Erlangung des theilweisen Gleichgewichtes, welches wir suchen, genügen, dass die Unternehmer von (A) das gesammte Quantum von (A), nach welchem gefragt wird, zu diesem Herstellungs-Preis, der gleich dem Verkaufs-Preis ist, demgemäss ohne Gewinnst oder Verlust fabriziren. Dann wird jene erste Bedingung erfüllt sein, dass die Unternehmer sich verpflichten, die produktiven Dienste nicht in gleichen, sondern einfach in gleichwerthigen Quanta zurückzuerstatten. Mit andern Worten, dann werden alle Gleichungen der Produktion erfüllt sein, bis auf das System [1] indessen, welches die Gleichungen des Gesamt-Angebotes der produktiven Dienste enthält.

§. 5. Lösung der Gleichungen der Produktion. Markt der produktiven Dienste. Bildungs-Gesetz der Preise der Produkte und produktiven Dienste.

Doch auch dies System muss ebenso wie die anderen erfüllt werden. Mit andern Worten, es genügt nicht, dass die gekauften und zurückerstatteten Quanta von produktiven Diensten gleichwerthig sind; vielmehr ist es erforderlich, dass sie gleich sind, da oben jene Quanta bei der Herstellung der Produkte gebraucht werden. Sonach ist, so zu sagen, der Augenblick gekommen, um den Kreislauf der Produktion zu schliessen durch Eliminirung der Annahme eines ausländischen Marktes und Einführung jener der Wirklichkeit entsprechenden Annahme, dass die Unternehmer die produktiven Dienste bei den Grundeigenthümern, Arbeitern und Kapitalisten des Landes einkaufen, in welchem sie ihre Produkte verkaufen.

Die Bedingung der eben besprochenen Gleichheit würde erfüllt sein, wenn

$$D'_t = O'_t, \quad D'_p = O'_p, \quad D'_k = O'_k \dots$$

wäre; aber in der Regel wird

$$D'_t \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} O'_t, \quad D'_p \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} O'_p, \quad D'_k = O'_k \dots$$

sein. Bemerken wir, dass $p'_t, p'_p, p'_k \dots$ ihrem Wesen nach positiv sind; im Falle man $p'_n = 1$ und $\Omega_n = D'_n$ gemacht hat und unter den Differenzen $O'_t - D'_t, O'_p - D'_p, O'_k - D'_k \dots$ eine gewisse Anzahl positiv ist, so sind die andern nothwendiger Weise negativ, und umgekehrt.

Die Funktion O'_t kann unter die Form $U - u$ gebracht werden, worin U die Summe der positiven o_t ausdrückt, d. h. die angebotenen Quanta des produktiven Dienstes (T), und worin u die Summe der negativen o_t ausdrückt,

d. h. die nachgefragten Quanta dieses produktiven Dienstes, und zwar nicht bloss diejenigen, welche von den Unternehmern für die Produktion von (A), (B), (C), (D)... sondern auch die, welche durch die Konsumenten unter dem Titel Waaren gesucht werden. Somit kann die Ungleichung $D'_i \geq O'_i$ unter die Form gebracht werden

$$a_i D'_a + b_i D'_b + c_i D'_c + d_i D'_d + \dots + u \geq U.$$

Nehmen wir an, dass D'_a konstant sei, d. h. dass die Unternehmer von (A) immer das gleiche Quantum davon produziren, welches auch die Aenderungen von $p_t, p_p, p_k \dots$ und somit des Herstellungs-Preises p_a sein mögen. Es bleiben dann auf der linken Seite die veränderlichen Grössen $b_i D'_b, c_i D'_c, d_i D'_d \dots$, die abnehmende Funktionen der Preise $p_b, p_c, p_d \dots$ und in Folge dessen auch abnehmende Funktionen des Preises p_t sind, da die Herstellungs-Preise zunehmende Funktionen der Preise der produktiven Dienste sind; und die veränderliche Grösse u , welche ebenfalls eine abnehmende Funktion des Preises p_t ist. Somit wird, wenn p_t von 0 bis ∞ steigt und p'_p, p'_k konstant bleiben, $D'_i + u$ von einem gewissen bestimmten Werthe an auf 0 fallen.

Was das einzige Glied der rechten Seite der Ungleichung betrifft, U , so ist es Null für $p_t = 0$ oder selbst für gewisse positive Werthe von p_t . Es ist dies der Fall, in welchem die Werthe der verschiedenen Produkte im Verhältnis zu dem Werth des produktiven Dienstes (T) derartig hoch sind, dass die Nachfrage nach diesen Produkten seitens der Besitzer jenes produktiven Dienstes gleich Null ist. Steigt der Preis p_t , so nimmt auch zunächst die Funktion U zu. Die Produkte werden dann billiger im Verhältnis zu dem produktiven Dienst (T), und die Nachfrage nach diesen Produkten geht Hand in Hand mit dem Angebot des zugehörigen produktiven Dienstes. Doch ist die Zunahme jenes Angebotes nicht unbegrenzt. Es erreicht wenigstens ein Maximum, welches nicht grösser sein kann als der Gesamt-Vorrath von (T); dann nimmt es ab und wird schliesslich Null, wenn der Preis von (T) unendlich gross wird, d. h. wenn (A), (B), (C), (D)... umsonst zu haben sind. Während somit p_t von Null bis Unendlich wächst, steigt U von Null an, erreicht ein Maximum und fällt dann wieder bis auf Null.

Unter diesen Bedingungen und der weiteren, dass $D'_i + u$ nicht Null werde, ehe U Null zu sein aufgehört hat — ein Fall, in welchem es keine Lösung giebt —, existirt ein gewisser Werth von p_t , welcher $\geq p'_i$ ist, je nachdem $D'_i + u \geq U$ ist, für den das Angebot und die Nachfrage für (T) gleich sind. Sei p''_i dieser Werth; seien $\pi'_b, \pi'_c, \pi'_d \dots$ die Verkaufs- und Herstellungs-Preise von (B), (C), (D)...; sei Ω'_i das sich auf (T) beziehende und der Nachfrage gleiche Angebot, so haben wir

$$\Omega'_i = F_i(p''_i, p'_p, p'_k \dots \pi'_b, \pi'_c, \pi'_d \dots).$$

Ist diese Operation ausgeführt, so nimmt die Funktion

$$O'_p = F_p(p'_i, p'_p, p'_b \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots)$$

die Form an

$$\Omega'_p = F_p(p''_i, p''_p, p'_k \dots \pi'_b, \pi'_c, \pi'_d \dots);$$

und dies Angebot des produktiven Dienstes (P) ist grösser oder kleiner als die Nachfrage darnach. Doch giebt es einen gewissen Werth von p_p , für welchen das Angebot und die Nachfrage für (P) gleich sind, und der auf dieselbe Weise gefunden werden kann, die uns p''_i finden liess. Sei p''_p dieser Werth; seien $\pi''_b, \pi''_c, \pi''_d \dots$ die Verkaufs- und Herstellungs-Preise von (B), (C), (D) ..., sei Ω''_p das sich auf (P) beziehende, der Nachfrage gleiche Angebot, so haben wir

$$\Omega''_p = F_p(p''_i, p''_p, p'_k \dots \pi''_b, \pi''_c, \pi''_d \dots),$$

In gleicher Weise würden wir erhalten

$$\Omega''_k = F_k(p''_i, p''_p, p''_k \dots \pi''_b, \pi''_c, \pi''_d \dots),$$

und so fort.

Nach Ausführung aller dieser Operationen haben wir

$$O''_i = F_i(p''_i, p''_p, p''_k \dots p''_b, p''_c, p''_d \dots);$$

und es bleibt uns zu beweisen, dass dieses Angebot O''_i sich von der Nachfrage D''_i weniger unterscheidet, als das Angebot O'_i von der Nachfrage D'_i . Doch dies erscheint zweifellos, wenn wir bedenken, dass die Aenderung von p'_i in p''_i , welche die Gleichheit des Angebotes und der Nachfrage herbeigeführt hatte, gerade in diesem Sinne gewirkt hat, während die Aenderungen von $p'_p, p'_k \dots$ in $p''_p, p''_k \dots$, welche jenes Angebot und jene Nachfrage von Neuem von der Gleichheit entfernten, im entgegengesetzten Sinne gewirkt haben und bis zu einem gewissen Grade sich gegenseitig aufhoben. Das System der neuen Preise $p''_i, p''_p, p''_k \dots$ liegt also dem Gleichgewicht näher, als das System der früheren Preise $p'_i, p'_p, p'_k \dots$, und wir brauchen nur nach derselben Methode fortzufahren, wie dies in Wirklichkeit auf dem Markt der produktiven Dienste geschieht, um uns dem Gleichgewicht immer mehr zu nähern.

Nehmen wir dies als erreicht an, so haben wir die Herstellungs-Preise

$$p''_a = a_i p''_i + a_p p''_p + a_k p''_k + \dots$$

$$p''_b = b_i p''_i + b_p p''_p + b_k p''_k + \dots$$

$$p''_c = c_i p''_i + c_p p''_p + c_k p''_k + \dots$$

$$p''_d = d_i p''_i + d_p p''_p + d_k p''_k + \dots$$

$$\dots \dots \dots$$

und andererseits die gesuchten Quanta der produktiven Dienste

$$D''_t = a_t D'_n + b_t D''_b + c_t D''_c + d_t D''_d + \dots$$

$$D''_p = a_p D'_n + b_p D''_b + c_p D''_c + d_p D''_d + \dots$$

$$D''_k = a_k D'_n + b_k D''_b + c_k D''_c + d_k D''_d + \dots$$

.....

hierin genügen übrigens die Quanta $D''_b, D''_c, D''_d \dots$ den Nachfrage-Gleichungen der Produkte (B), (C), (D) ... und die Quanta $D''_t = O''_t, D''_p = O''_p, D''_k = O''_k$ den Angebot-Gleichungen der produktiven Dienste (T), (P), (K) ..., in welchen $p''_t, p''_p, p''_k \dots p''_b, p''_c, p''_d \dots$ unabhängige Veränderliche sind.

Aus den beiden Systemen ziehen wir die Gleichung

$$D'_n p''_n = D''_t p''_t + D''_p p''_p + D''_k p''_k + \dots - (D''_b p''_b + D''_c p''_c + D''_d p''_d + \dots).$$

Aber dann wird ein Quantum D''_n von (A) gesucht, welches durch die Gleichung gegeben ist:

$$D''_n = O''_t p''_t + O''_p p''_p + O''_k p''_k + \dots - (D''_b p''_b + D''_c p''_c + D''_d p''_d + \dots).$$

Da nun $D''_t = O''_t, D''_p = O''_p, D''_k = O''_k \dots$ ist, so folgt

$$D''_n = D'_n p''_n.$$

Hieraus ist ersichtlich, dass alle Gleichungen des Problems erfüllt sind, mit Ausnahme der Gleichung des Herstellungs-Preises des Werth-Massstabes, aus der die Gleichheit des Angebotes und der Nachfrage folgern würde; oder alle bis auf die Nachfrage-Gleichung eben jenes Werth-Massstabes, aus der die Gleichheit des Verkaufs-Preises mit dem Herstellungs-Preise, also mit der Einheit, folgen würde. Somit würde, wenn zufällig $p''_n = 1$ wäre, auch $D'_n = D''_n$ sein; oder, wenn zufällig $D'_n = D''_n$ wäre, so würde auch $p''_n = 1$ sein, und das Problem wäre völlig gelöst. In der Regel indessen wird, nach den oben beregten Änderungen von $p'_t, p'_p, p'_k \dots$ in $p''_t, p''_p, p''_k \dots$

$$p''_n \geq 1$$

sein, und in Folge dessen

$$D''_n \geq D'_n.$$

Um die Lösung des allgemeinen Systems der Gleichungen der Produktion unter Fortsetzung der Annäherungs-Methode völlig zu Stande zu bringen, würden wir jetzt $p'''_t, p'''_p, p'''_k \dots$ zu bestimmen haben, und zwar gemäss der Gleichung

$$a_t p'''_t + a_p p'''_p + a_k p'''_k + \dots = p'''_n = 1$$

indem wir $p'''_t \leq p''_t, p'''_p \leq p''_p, p'''_k \leq p''_k \dots$ machen würden, je nachdem $p''_n \geq 1$ wäre.

Von dieser neuen Grundlage ausgehend, würden wir zunächst während der ersten Phase auf dem Markte der Produkte zur Bestimmung von D'''_a gelangen, gemäss der Gleichung

$$D'''_a = O'''_t p'''_t + O'''_p p'''_p + O'''_k p'''_k + \dots - (D'''_b p'''_b + D'''_c p'''_c + D'''_a p'''_a + \dots);$$

und alsdann während der zweiten Phase, auf dem Markte der produktiven Dienste zur Bestimmung von D^{IV}_a gemäss der Gleichung

$$D^{IV}_a = D'''_a p^{IV}_a;$$

und es bleibt nachzuweisen, dass p^{IV}_a der Einheit näher liegt, als p''_a . Dies erscheint aber zweifellos, wenn wir bedenken, dass in dem Fall z. B., wo $p''_a > 1$ war, $p'''_b < p''_b$, $p'''_c < p''_c$, $p'''_d < p''_d \dots$ und, in Folge dessen, $D'''_b > D''_b$, $D'''_c > D''_c$, $D'''_d > D''_d \dots$ und in Folge dessen auch $D'''_a < D''_a$ war. War sonach $p'''_a = 1$, so ist es, um p^{IV}_a zu werden, grösser geworden durch die Vergrösserung der Nachfrage nach (B), (C), (D) ..., und kleiner geworden durch die Verminderung der Nachfrage nach (A). Im Falle $p''_a < 1$ gewesen wäre, wäre p^{IV}_a , um p^{IV}_a zu werden, kleiner geworden durch die Verminderung der Nachfrage nach (B), (C), (D) ... und grösser geworden durch die Vermehrung der Nachfrage nach (A). In dem einen wie in dem andern Falle wird sich p_a , da jene Einflüsse in entgegengesetztem Sinne wirken, durch sie weniger von der Einheit entfernt haben, als es sich derselben durch die Wirkung der Verringerung bezw. Vermehrung von p_t , p_p , $p_k \dots$ genähert hat. Fahren wir also in dieser Weise fort, so nähert sich p_a der Einheit mehr und mehr. Nehmen wir dies Ziel als erreicht an, dergestalt dass $p^{IV}_a = 1$ ist, so ist auch $D'''_a = D^{IV}_a$ und unser Problem völlig gelöst.

Jene oben beschriebene Annäherungsmethode vollzieht sich nun aber natürlich und von selbst unter dem Obwalten der freien Konkurrenz. In der That, wenn

$$D''_a = D'_a p''_a$$

ist, so schulden die Produzenten von (A) $D'_a p''_a$. Geben sie nun das gesuchte Quantum von (A) zum Preise 1, D''_a , so haben sie als Gewinnst $D'_a - D''_a = D'_a (1 - p''_a)$. Dieser Gewinnst ist wirklicher Gewinnst, wenn $p''_a < 1$ und $D'_a > D''_a$ ist. Aber dann entfalten sie ihre Produktion, wirken dadurch auf eine Erhöhung von p''_t , p''_p , $p''_k \dots$ und in Folge dessen auch des Preises p''_a hin, der sich der Einheit nähert. Die Differenz bedeutet einen Verlust, wenn $p''_a > 1$ und $D'_a < D''_a$ war. Die Produzenten würden jenen Verlust ($D'_a - D''_a$) schuldig bleiben. Aber dann würden sie ihre Produktion einschränken, eine Verminderung von p''_t , p''_p , $p''_k \dots$ und in Folge dessen auch vom Preise p''_a bewirken, der sich der Einheit nähern würde. Es ist zu bemerken, dass es den Unternehmern von (A) freisteht, diese Lage zu vermeiden; sie brauchen nur mit der Produktion aufzuhören, wenn der Herstellungspreis der als Werth-Massstab dienenden Waare grösser als ihr Verkaufspreis,

d. h. grösser als die Einheit ist, und ihnen somit sicherer Verlust in Aussicht steht; und sie dürften nur dann produziren, wenn der Herstellungs-Preis kleiner als die Einheit oder gleich derselben ist. Kurz, wie dem auch sei, die Unternehmer von (A) ebensowohl wie die von (B), (C), (D)... haben nur, im Falle der Verkaufs-Preis grösser als der Herstellungs-Preis ist, ihre Produktion zu entfalten, dagegen sie einzuschränken, wenn der Herstellungs-Preis grösser als der Verkaufs-Preis ist. Im ersten Falle bewirken sie die Hausse der produktiven Dienste, im zweiten deren Baisse auf dem Markt dieser Dienste. In beiden Fällen wirken sie auf Herstellung des Gleichgewichtes hin.

Fassen wir alle Theile der obigen Beweisführung zusammen, so sind wir dazu gelangt, das Bildungs-Gesetz der Gleichgewichts-Preise des Tausches und der Produktion, wie folgt, zu formuliren: — *Gegeben sind mehrere produktive Dienste, mit welchen sich verschiedene Produkte fabriziren lassen, und deren Austausch gegen diese Produkte sich unter Einführung eines Werth-Massstabes vollzieht; damit auf dem Markte Gleichgewicht bestehe, d. h. ein fester Preis aller dieser produktiven Dienste und aller dieser Produkte in Werth-Massstab, ist es erforderlich und ausreichend: 1) dass bei diesen Preisen die Nachfrage nach einem jeden produktiven Dienste und einem jeden Produkte gleich seinem Angebot ist, und 2) dass der Verkaufs-Preis der Produkte gleich ihrem Herstellungs-Preise in produktiven Diensten ist. Ist diese doppelte Gleichheit nicht vorhanden, so bedarf es, um die erstere herzustellen, einer Hausse der produktiven Dienste oder der Produkte, für welche die Nachfrage grösser als das Angebot ist; und einer Baisse derjenigen, deren Angebot grösser als die Nachfrage darnach ist; und es bedarf, um die letztere Gleichheit herzustellen, einer Vermehrung des Quantums derjenigen Produkte, deren Verkaufs-Preis grösser als ihr Herstellungs-Preis ist, und einer Verminderung des Quantums derjenigen, deren Herstellungs-Preis grösser als ihr Verkaufs-Preis ist.*

§. 6. Analytische Definition der Produktion. Aenderungs-Gesetz der Preise der Produkte und produktiven Dienste.

Aus der in den §§. 4 und 5 gegebenen Beweisführung geht hervor, dass die freie Konkurrenz hinsichtlich der Produktion d. h. die den Unternehmern gelassene Freiheit, ihre Produktion im Falle des Gewinnstes zu entfalten und sie im Falle des Verlustes einzuschränken, verbunden mit der freien Konkurrenz hinsichtlich des Tausches, d. h. mit der den Grundeigenthümern, Arbeitern und Kapitalisten einerseits, und den Unternehmern andererseits gelassenen Freiheit, die produktiven Dienste und Produkte auf dem Steigerungswege zu verkaufen und zu kaufen, durchaus die praktische Lösung der Gleichungen des §. 3 ist. Aber wenn wir auf diese Gleichungen und auf die Bedingungen, auf welchen sie beruhen, zurückgehen, so erkennen wir folgendes Gesetz: — *Die freie Konkurrenz hinsichtlich des Tausches und der Produktion ist eine Operation,*

durch welche sich die produktiven Dienste zu Produkten kombiniren, und zwar in geeigneter Weise und Menge, um die grösste mögliche Befriedigung der Bedürfnisse innerhalb der Grenzen der Bedingung zu gewähren, dass jeder produktive Dienst wie auch jedes Produkt nur einen einzigen Preis auf dem Markte habe.

Vielleicht wird man nun endlich die Wichtigkeit der wissenschaftlich behandelten reinen Volkswirtschaftslehre anerkennen. Von diesem rein wissenschaftlichen Gesichtspunkt aus haben wir bisher die freie Konkurrenz nur als eine Thatsache oder selbst als eine Hypothese nehmen dürfen und genommen; denn es war von geringem Einfluss, ob wir sie wirklich gesehen hätten: es hätte zur Noth genügt, dass sie uns denkbar gewesen wäre. Unter diesen Voraussetzungen haben wir deren Natur, Ursachen und Folgen studirt. Es zeigt sich nunmehr, dass jene Folgen innerhalb gewisser Grenzen auf die Gewinnung eines Maximums von Nützlichkeit hinauslaufen. Hierdurch wird die freie Konkurrenz ein Grundsatz des allgemeinen Besten oder eine Regel, deren gesonderte Anwendung auf Landwirthschaft, Gewerbe, Handel und Kredit uns allein noch zu untersuchen bleibt. Somit führt uns die Schlussfolgerung der reinen Wissenschaft unmittelbar in den Schooss der angewandten Wissenschaft. Man wolle bemerken, wie viel Einwendungen gegen unsere Methode hiermit von selbst hinfällig werden. Man sagte uns unter anderen Dingen: „Die unbeschränkte freie Konkurrenz ist nichts als eine Hypothese. In der Wirklichkeit ist die freie Konkurrenz durch eine Unzahl von störenden Umständen gehemmt. Das Studium der freien Konkurrenz an sich, unter Absehung von jenen störenden Ursachen, welche keine Berechnung jemals zu messen im Stande sein wird, welchen keine Formel jemals wird Rechnung tragen können, ist also ohne jedes Interesse, ja reine Neugier.“ Der Irrthum dieser Ansicht liegt klar zu Tage; selbst bei der Voraussetzung, dass niemals ein späterer Fortschritt der Wissenschaft erlaubte, die störenden Ursachen in die Gleichungen des Tausches und der Produktion als Grössen einzuführen, selbst bei dieser Voraussetzung, die zu bestätigen vielleicht unvorsichtig, sicherlich aber unnöthig wäre, führen jene Gleichungen, die wir aufgestellt haben, nicht weniger zur allgemeinen und unumstösslichen Regel der Freiheit des Tausches und der Produktion. Diese Freiheit verschafft in gewissen Grenzen ein Maximum von Nützlichkeit; die Umstände, welche sie beschränken, stehen also jenem Maximum entgegen; und welcher Art diese Umstände auch sein mögen, man trägt ihnen zur Genüge Rechnung, indem man zu dem Schlusse gelangt, dass sie, soweit es angängig ist, zu beseitigen sind.

Das ist in Summa wohl auch die Meinung der Nationalökonomien, deren Theorie im „laissez-faire, laissez-passer“ gipfelte. Unglücklicher Weise sind wir in der Lage erklären zu müssen, dass jene Nationalökonomien bisher ihr „laissez-faire, laissez-passer“ weniger bewiesen als für ein Dogma erklärt haben im Gegensatz zu den Sozialisten des Alterthums und der Neuzeit, die ihrerseits,

ebenfalls ohne einen Beweis zu liefern, die Nothwendigkeit der Staatshülfe für ihr Dogma erklären. Ich fühle, dass ich durch diesen Ausspruch bei Manchen Empfindlichkeit wach rufen werde. Indessen, man möge mir die Frage erlauben: Wie hätten wohl jene Nationalökonomten beweisen können, dass die Erfolge der freien Konkurrenz gut und vortheilhaft wären, wenn sie nicht recht wussten, worin denn eigentlich diese Erfolge bestanden? Und wie hätten sie dies wissen können, wo sie doch weder die Definitionen gegeben noch die Gesetze formulirt hatten, welche sich auf jene Erfolge beziehen und sie feststellen? Und dieser Ueberlegung *a priori* lasse ich hier andere *a posteriori* folgen. Wenn ein Grundsatz wissenschaftlich festgestellt ist, so kann man alsdann sofort unmittelbar diejenigen Fälle klar erkennen, wo er anwendbar und wo er nicht anwendbar ist. Und umgekehrt, wird ein vorzüglicher Beweis, dass der Grundsatz der freien Konkurrenz noch nicht bewiesen ist, daraus zu entnehmen sein, dass die Nationalökonomten wiederholt denselben über seine wirkliche Tragweite hinaus angewendet haben. So beruht z. B. für uns unser Beweis der freien Konkurrenz in erster Linie auf der Schätzung der Nützlichkeit der produktiven Dienste und Produkte seitens der Konsumenten. Er setzt also eine grundsätzliche Unterscheidung voraus zwischen den individuellen Bedürfnissen, oder der privaten Nützlichkeit, welche zu schützen Sache des Konsumenten ist, und den sozialen Bedürfnissen, oder der allgemeinen Nützlichkeit, die in ganz anderer Weise zu schätzen ist. Deshalb ist der Grundsatz der freien Konkurrenz, so anwendbar er auf die Produktion der Gegenstände des Privat-Besten ist, nicht mehr anwendbar auf die Produktion der Gegenstände des allgemeinen Besten. Und giebt es nicht gleichwohl Nationalökonomten, die in diesen Irrthum verfallen sind, gemeinnützliche Dienste der freien Konkurrenz unterwerfen zu wollen, indem sie dieselben dem Privat-Gewerbe überlassen? Ich gebe noch ein zweites Beispiel. Unsere Beweisführung beruht in zweiter Linie auf der Ausgleichung des Verkaufs-Preises und Herstellungs-Preises der Produkte. Sie setzt also die Möglichkeit voraus, dass die Unternehmer den Gewinnst abwerfenden Unternehmungen zuströmen, von den Verlust bringenden Unternehmungen sich abwenden. Deshalb ist der Grundsatz der freien Konkurrenz nicht mehr nothwendiger Weise anwendbar auf die Produktion der Dinge, die Gegenstand eines natürlichen und nothwendigen Monopols sind. Giebt es indessen nicht Nationalökonomten, die gelegentlich der monopol-fähigen Gewerbe-Zweige alle Tage von der freien Konkurrenz sprechen? Ich lasse hier endlich noch eine letzte Bemerkung von der höchsten Wichtigkeit folgen, um damit zu schliessen. Unsere Darlegung der freien Konkurrenz lässt keinen Zweifel über die Frage der Nützlichkeit, doch sie lässt die Frage der Gerechtigkeit völlig unberührt; denn sie beschränkt sich darauf, eine gewisse Vertheilung der Produkte aus einer gewissen Vertheilung der produktiven Dienste hervorgehen zu lassen, und die Frage dieser Vertheilung bleibt noch vollständig zu beantworten. Giebt es nicht

gleichwohl Nationalökonomien, die nicht zufrieden, das „laisser-faire, laisser-passer“ hinsichtlich der Gewerbe auf die Spitze zu treiben, es auch weiter und zwar ohne allen Anlass hinsichtlich des Eigenthums anwenden? Hierin liegen die Gefahren der schön-geistigen Methode, wo sie die Stelle der wissenschaftlichen Methode einnimmt. Man behauptet gleichzeitig das Wahre und das Falsche; da fehlt es dann nicht an Leuten, welche gleichzeitig das Wahre und das Falsche leugnen. Und die Wissenschaft steht in der Mitte, hierhin und dorthin gezogen durch die Gegner, von denen weder die Einen noch die Andern völlig Recht oder Unrecht haben.

Sind $v_t, v_p, v_k \dots$ die Tauschwerthe der produktiven Dienste (T), (P), (K) ..., deren Verhältnisse mit den Tauschwerthen v_a des Produktes (A) die Preise jener Dienste darstellen; sind $r_{t,1}, r_{p,1}, r_{k,1} \dots r_{t,2}, r_{p,2}, r_{k,2} \dots r_{t,3}, r_{p,3}, r_{k,3} \dots$ die Seltenheiten jener produktiven Dienste oder die Dringlichkeiten der letzten befriedigten Bedürfnisse, nach dem Tausche bei den Individuen (1), (2), (3) ..., die von jenen Diensten für sich behalten oder erworben haben, um sie unmittelbar zu konsumiren, so haben wir das Bild des allgemeinen Gleichgewichtes wie folgt zu vervollständigen:

$$\begin{aligned}
 & v_a : v_b : v_c : v_d : \dots v_t : v_p : v_k : \dots \\
 = & r_{a,1} : r_{b,1} : r_{c,1} : r_{d,1} : \dots r_{t,1} : r_{p,1} : r_{k,1} : \dots \\
 = & r_{a,2} : r_{b,2} : r_{c,2} : r_{d,2} : \dots r_{t,2} : r_{p,2} : r_{k,2} : \dots \\
 = & r_{a,3} : r_{b,3} : r_{c,3} : r_{d,3} : \dots r_{t,3} : r_{p,3} : r_{k,3} : \dots \\
 = & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

Und so dürfen wir auch, für die produktiven Dienste und für die Produkte, den allgemeinen Satz aussprechen: — *Die Tauschwerthe sind den Seltenheiten proportional.*

Aus demselben Grunde dürfen wir auch das Gesetz der Preis-Schwankungen wie folgt in allgemeiner Form aussprechen:

Sind mehrere Produkte oder produktive Dienste gegeben im Zustande des allgemeinen Gleichgewichtes auf einem Markte, wo der Tausch unter Einführung eines Werth-Massstabes stattfindet; und nimmt unter übrigens gleichen Umständen die Nützlichkeit eines dieser Produkte oder eines dieser produktiven Dienste für einen oder für mehrere der Tauscher zu, oder ab: so nimmt der Preis dieses Produktes oder dieser produktiven Dienste zu oder ab.

Wenn unter übrigens gleichen Umständen bei gleichen Voraussetzungen der Vorrath eines dieser Produkte oder eines dieser produktiven Dienste bei einem oder bei mehreren der Besitzer zu- oder abnimmt, so nimmt der Preis dieses Produktes oder dieses produktiven Dienstes ab oder zu.

Wenn mehrere Produkte oder produktive Dienste gegeben sind, und Nützlichkeit und Vorrath eines dieser Produkte oder produktiven Dienste für einen

oder mehrere der Tauscher oder Besitzer derart ändern, dass die Seltenheiten konstant bleiben, so ändert sich der Preis dieses Produktes oder dieses produktiven Dienstes nicht.

Wenn sich Nützlichkeit und Vorrath aller Produkte oder produktiven Dienste für einen oder mehrere Tauscher oder Besitzer derartig ändern, dass die Seltenheits-Quotienten sich nicht ändern, so schwanken die Preise dieser Produkte oder produktiven Dienste nicht.

Dem Vorstehenden können wir noch folgende zwei Sätze anfügen:

Wenn unter übrigens gleichen Umständen der Vorrath eines produktiven Dienstes für eine oder mehrere Personen zu- oder abnimmt, und dementsprechend das Angebot dieses produktiven Dienstes seitens dieser Personen auf dem Markt der produktiven Dienste zu- oder abnimmt, und dementsprechend der Preis fällt oder steigt: so wird der Preis der Produkte, bei deren Herstellung jener produktive Dienst Verwendung findet, ab- oder zunehmen.

Wenn unter übrigens gleichen Umständen die Nützlichkeit eines Produktes für einen oder mehrere Konsumenten zu- oder abnimmt, die Nachfrage dieses Produktes seitens der Konsumenten auf dem Markte der Produkte also ebenfalls zu- oder abnimmt, und der Preis dementsprechend steigt oder fällt: so wird der Preis der produktiven Dienste, die bei der Herstellung dieses Produktes Verwendung finden, steigen oder fallen.

Dies ist das Aenderungs-Gesetz der Gleichgewichts-Preise des Tausches und der Produktion; vereinigen wir es mit dem oben ausgesprochenen Bildungs-Gesetz der Preise, so haben wir die ganze wissenschaftliche Formel des doppelten Gesetzes des Angebots und der Nachfrage und des Herstellungs-Preises.

IV.

Gleichungen der Kapitalisirung und des Kredites¹⁾.

§. 1. Vom Voll-Einkommen und Rein-Einkommen. Zinsfuss des Rein-Einkommens.

Das Dasein von Grund-, persönlichen und beweglichen Einkünften von den Arten (T), (T'), (T'') ... (P), (P'), (P'') ... (K), (K'), (K'') ... setzt das Dasein von Grund-, persönlichen und beweglichen Kapitalien von denselben Arten voraus. Wir haben die Preise der Einkünfte d. h. die *Pacht-Summen*, die *Löhne* und die *Zinse* bestimmt; aber die Preise der Kapitalien, deren Nutzung oder Dienst jene Einkünfte sind, haben wir noch nicht bestimmt. Das Problem dieser Bestimmung ist das dritte grosse Problem der mathematischen Theorie der wirthschaftlichen Güter, welches nunmehr in dieser vierten und letzten Denkschrift unserer Betrachtung zu Grunde gelegt werden soll.

Von einem Preise wird für uns nur die Rede sein können, wo es einen Markt giebt. Deshalb haben wir ebenso, wie wir behufs Bestimmung der Preise der Produkte und produktiven Dienste einen Markt der Produkte und einen Markt der produktiven Dienste unserer Betrachtung zu Grunde gelegt haben, nun einen Markt zu betrachten, welchen wir *Markt der Kapitalien* nennen wollen, und auf welchem jene Kapitalien käuflich und verkäuflich sein werden. Die Produkte werden nach Massgabe ihrer Nützlichkeit gesucht; die produktiven Dienste werden nach Massgabe des Preises der Produkte, zu deren Herstellung sie dienen, gesucht. Was ist nun massgebend für das Gesuch der produktiven Kapitalien? Sie werden gesucht nach Massgabe der Rente, der Arbeit und des Nutz-Ertrages, vor allem aber nach Massgabe der Pacht, des Lohnes und des Zinses, die sie einbringen. Ohne Zweifel kann man ein Kapital ebensowohl in der Absicht, es zu konsumiren, wie in der

¹⁾ Denkschrift, gelesen vor der naturwissenschaftlichen Gesellschaft des Waadtlandes zu Lausanne in der Sitzung vom 5. Juli 1876.

Absicht, sein Einkommen zu verkaufen, erwerben; doch muss dieser letztere Gesichtspunkt als der vorwiegende angesehen werden, wo es sich um die Erwerbung von Kapitalien handelt, da man sich anderenfalls auf den Kauf des Einkommens, also auf die Miete des Kapitals beschränken würde. Jemand, der ein Haus kauft, um darin zu wohnen, ist für uns in zwei Personen zu zerlegen, von denen die eine Geldanlage macht, während die andere direkt das Einkommen ihres Kapitals konsumiert. Von dieser letzteren haben wir schon gesprochen, augenblicklich beschäftigt uns die erstere.

Der Preis der Kapitalien wird also dem Wesen der Sache nach vom Preise der Einkünfte abhängen. Deshalb haben wir den letzteren unverzüglich zu analysiren; denn er entsteht aus drei sehr verschiedenen Elementen.

In erster Linie sind nicht alle verschiedenen Kapitalien, die es giebt, in gleichem Masse zerstörbar. Hieraus ergibt sich als Folge, dass Kapitalien gleichen Einkommens theurer oder billiger käuflich sein werden, je nachdem sie sich langsamer oder schneller abnutzen.

In zweiter Linie sind die verschiedenen Kapitalien nicht in gleicher Weise dem Verderben auf plötzliche und unvorhergesehene Weise durch Unfall ausgesetzt. Hieraus ergibt sich als weitere Folge, dass Kapitalien gleichen Einkommens theurer oder billiger käuflich sein werden, je nachdem sie der Vernichtung durch Unfall mehr oder weniger unterworfen sind.

Nichts ist übrigens leichter, als diesen beiden Umständen mathematisch Rechnung zu tragen.

Was den ersten betrifft, so haben wir nur vorauszusetzen, dass man von dem jährlichen Preise des Einkommens die Summe im Voraus zurtücklegt, die entweder zur Instandhaltung des Kapitals oder zur Neu-Beschaffung desselben, wenn es ausgedient hat, erforderlich ist. Man nennt dies: die *Schaden-Tilgung* oder die *Amortisirung* des Kapitals bewirken. Die zu diesem Zweck zurückgelegte Summe, oder die *Tilgungs-Prämie* wird sich je nach Art des Kapitals ändern; ist sie aber einmal zurückgelegt worden, so werden dadurch alle Kapitalien bezüglich ihrer Abnutzung geradezu identisch, da alle in gewisser Beziehung unzerstörbar gemacht sind.

Ebenso liegt die Sache in Bezug auf den zweiten Umstand: Wir haben nur vorauszusetzen, dass man von dem Preis des Einkommens diejenige Summe im Voraus abzieht, welche erforderlich ist zum Ersatz aller ähnlichen jährlich durch Unfall vernichteten Kapitalien. Wir nennen dies: die *Unfall-Versicherung* oder die *Assicuranz* des Kapitals bewirken. Die zu diesem Zweck abgezogene Summe, oder die *Versicherungs-Prämie*, wird sich ebenfalls nach Art des Kapitals ändern; ist sie aber einmal zurückgelegt worden, so sind alle Kapitalien hinsichtlich der Vernichtung durch Unfall durchaus identisch geworden, da alle, so zu sagen, unvergänglich gemacht sind.

Sei p der Preis des Einkommens einschliesslich der Tilgungs- und Versicherungs-Prämie, also der Preis des *Voll- oder Brutto-Einkommens*. Sei μ

die Tilgungs-, ν die Versicherungs-Prämie. Was vom Voll-Einkommen nach Abzug der beiden Prämien bleibt, also $\pi = p - (\mu + \nu)$, ist das *Rein- oder Netto-Einkommen*.

Man erklärt sich nunmehr den Unterschied, der zwischen dem Voll-Einkommen eines und desselben Kapitals besteht, oder mit anderen Worten, den Unterschied der Kapitalien, die ein gleiches Voll-Einkommen einbringen. Aber man begreift auch ohne Zweifel, dass der Werth der Kapitalien dem Werth der Rein-Einkünfte genau proportional ist. Denn wie sollte man nicht gleiche Preise zahlen für zwei Kapitalien, welche die gleichen Rein-Einkünfte einbringen? Und wie sollte man nicht ein Kapital zu dem zwei- oder dreifachen Preise eines anderen kaufen, wenn es ein zwei- oder dreifach höheres Einkommen als das andere einbringt? Zum wenigsten muss es so in einem gewissen normalen und idealen Zustande sein; und dies wird der Gleichgewichts-Zustand des Marktes der Kapitalien sein.

Sei nun P der Preis des Kapitals. Das Verhältnis $\frac{\pi}{P}$ oder der *Zinssuss* des Rein-Einkommens ist ein gleicher und gemeinschaftlicher im Gleichgewichts-Zustande. Sei dies Verhältnis gleich i ; wenn wir es bestimmt haben werden, so werden wir hiermit zugleich die Preise aller Grund-, persönlichen und beweglichen Kapitalien bestimmt haben.

Mit den Data, über die wir gegenwärtig verfügen, haben wir noch nicht alle Vorbedingungen zu jener Bestimmung. Wir haben bisher vorausgesetzt: Grundstücke, persönliche Fähigkeiten und Kapitalien in bestimmten Quanta, und Grundeigenthümer, Arbeiter und Kapitalisten, welche die Einkünfte ihrer produktiven Kapitalien mit Ausnahme des Bruchtheiles, den sie selbst unmittelbar konsumiren, gegen konsumirbare Produkte, oder gegen direkt zu konsumirende Einkünfte eintauschen. Unter diesen Bedingungen könnte weder Verkauf noch Kauf von Kapitalien statthaben; denn diese Kapitalien würden nur gegenseitig ausgetauscht werden können im Verhältnis ihrer Rein-Einkünfte; und ein solches Verfahren würde keinen Preis in Geld begründen. Um ein Angebot und eine Nachfrage von Kapitalien zu erhalten, haben wir an Stelle eines stillstehenden wirtschaftlichen Zustandes einen fortschreitenden wirtschaftlichen Zustand zu Grunde zu legen. Wir haben Unternehmer voraussetzen, die, statt konsumirbare Produkte herzustellen, neue produktive Kapitalien anfertigen. Ebenso haben wir Grundeigenthümer, Arbeiter und Kapitalisten voraussetzen, die, nach Ankauf von konsumirbaren Produkten für eine Summe, die hinter dem Betrag ihrer produktiven Einkünfte zurückbleiben, die Mittel haben, jene neuen produktiven Kapitalien zu kaufen. Mit diesen neuen Data besitzen wir alle Vorbedingungen zur Lösung des Problemes, wenn wir bedenken, dass jene neuen produktiven Kapitalien Produkte sind, die dem Gesetze der Produktionskosten unterliegen. In der That muss bei dem Gleichgewichts-Zustande der Verkaufs-Preis jener neuen produktiven

Kapitalien gleich ihrem Herstellungs-Preis sein; und andererseits muss der Verkaufs-Preis der schon vorhandenen produktiven Kapitalien gleich dem Verkaufs-Preis jener neuen produktiven Kapitalien sein. Wenn wir also den Herstellungs-Preis der neuen produktiven Kapitalien kennen, so werden wir auch den Verkaufs-Preis der neuen wie der schon vorhandenen Kapitalien und daher auch den Zinsfuß des Rein-Einkommens kennen. Wir haben, hier wie früher, diesen Gleichgewichts-Zustand mathematisch auszudrücken und zu zeigen, wie er sich auf dem Markte verwirklicht. Vorher aber müssen wir eines wichtigen Umstandes Erwähnung thun, den wir bisher ausser Acht liessen, um ihn nunmehr einzuführen.

Thatsächlich vermieten sich Grundstücke und persönliche Fähigkeiten allein in Natur; nur die Kapitalien vermieten sich in Geld auf dem Markt der produktiven Dienste. Der Kapitalist bildet sein Kapital durch Geld-Ersparnis; er leiht dies Geld dem Unternehmer, der ihm nach Ablauf des Mieths-Vertrages Geld zurückgibt. Wir nennen dies Verfahren *Kredit*. Es folgt daraus, dass es die Unternehmer von Produkten und nicht die Kapitalisten, die Sparer, sind, welche die neuen produktiven Kapitalien suchen. Doch ist es einleuchtend, dass es theoretisch für den Kapitalisten ganz gleichgiltig ist, ob er Geld darleiht oder ob er irgend ein Kapital kauft, um es zu vermieten; ebenso wie es für den Unternehmer gleichgiltig ist, ob er ein schon vorhandenes Kapital miethet, oder ob er Geld entlohnt, um ein neues Kapital zu kaufen: nur vom praktischen Standpunkt aus ist die zweite Kombinirung der ersten sehr vorzuziehen. Wir werden im Uebrigen zeigen, wie das Problem der Bestimmung des Zinsfußes des Rein-Einkommens sich bei der einen wie bei der anderen Voraussetzung auf dem Markt durch den Mechanismus der freien Konkurrenz löst. Bemerken wir nur schon jetzt, dass man sich zu hüten hat vor einer Verwechslung des Marktes der Kapitalien, d. h. des Marktes, auf dem die produktiven Kapitalien käuflich und verkäuflich sind, mit dem Markte des Kapitals, d. h. mit dem Markte, wo das Geld-Kapital zu leihen ist, und der identisch mit dem Markte der produktiven Dienste ist.

§. 2. Vom kapitalisirbaren Ueberschuss des Einkommens über den Konsum. Aufstellung des Problems der Kapitalisirung.

Bis auf wenige Ausnahmen, die leicht zu berücksichtigen sein würden, durch die wir aber nicht unnöthig unsere Formeln verwickeln wollen, sind die Grundstücke natürliche und nicht künstliche oder produzierte Kapitalien. In Bezug auf sie übt der Preis keinen Einfluss auf das Quantum aus, und umgekehrt auch nicht das Quantum auf den Preis. Andererseits sind wiederum bis auf einige Ausnahmen, von denen wir dasselbe wie von den obigen sagen könnten, die Grundstücke unzerstörbare und unvergängliche Kapitalien: Von

dem Preis ihres Einkommens braucht keine Tilgungs-Prämie, keine Versicherungs-Prämie abgezogen zu werden. Aus diesen beiden Bemerkungen ergibt sich, dass die Quanta der Grundstücke immer zu den gegebenen und nicht zu den unbekanntenen Grössen unseres Problems gehören; und dass ihre Preise ganz einfach gleich den Quotienten ihrer Voll-Einkünfte, dividirt durch den Zinsfuss des Rein-Einkommens, sein werden, wenn wir diesen bestimmt haben werden, gemäss der Gleichung $P_t = \frac{p_t}{i}$.

Die persönlichen Fähigkeiten sind ebenfalls natürliche Kapitalien. Ihr Quantum hängt nicht von der Bewegung der gewerblichen Produktion, sondern von der der Bevölkerung ab. Dagegen sind sie zerstörbare und vergängliche Kapitalien. Doch darf man Schaden-Tilgung und Unfall-Versicherung als durch die Zeugung und durch den Unterhalt, die Erziehung und den Unterricht der Frauen und Kinder der Arbeiter bewirkt ansehen. Und daraus ergibt sich, dass die Quanta der persönlichen Fähigkeiten ebenfalls zu den gegebenen und nicht zu den unbekanntenen Grössen unseres Problems gehören, und dass ihre Preise, wenn man sie haben will, ganz einfach gleich den Quotienten ihrer Rein-Einkünfte durch den Zinsfuss des Rein-Einkommens zu setzen sind, gemäss der Gleichung $P_p = \frac{\pi_p}{i}$.

Die Kapitalien im engeren Sinne sind künstliche Kapitalien; sie bestehen aus Produkten, ihr Preis ist dem Gesetz der Produktions-Kosten unterworfen. Wenn der Verkaufs-Preis grösser als der Herstellungs-Preis ist, so wird das produzierte Quantum zunehmen und der Verkaufs-Preis sinken; wenn der Verkaufs-Preis kleiner als der Herstellungs-Preis ist, so wird das produzierte Quantum abnehmen und der Verkaufs-Preis steigen. Im Gleichgewichts-Zustande ist der Verkaufs-Preis gleich dem Herstellungs-Preis. Seien nun die vorhandenen oder zu produzierenden Kapitalien (K), (K'), (K'')... ihrer l an der Zahl. Seien $P_k, P_{k'}, P_{k''}$... ihre bezüglichen Preise. Sind $p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''}$... die bezüglichen Preise der produktiven Einkünfte von (T)... (P)... (K), (K'), (K'')...; sind $k_t \dots k_p \dots k_k, k_{k'}, k_{k''}$..., $k'_t \dots k'_p \dots k'_k, k'_{k'}, k'_{k''}$..., $k''_t \dots k''_p \dots k''_k, k''_{k'}, k''_{k''}$..., die bezüglichen Quanta jener Einkünfte, die zu einer Einheit von (K), von (K'), von (K'')... erforderlich sind, so ergeben sich die l Gleichungen:

$$k_t p_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k p_k + k_{k'} p_{k'} + k_{k''} p_{k''} + \dots = P_k$$

$$k'_t p_t + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k p_k + k'_{k'} p_{k'} + k'_{k''} p_{k''} + \dots = P_{k'}$$

$$k''_t p_t + \dots + k''_p p_p + \dots + k''_k p_k + k''_{k'} p_{k'} + k''_{k''} p_{k''} + \dots = P_{k''}$$

.....

Andererseits sind die Kapitalien in engerem Sinne zerstörbare und vergängliche Kapitalien; es ist daher von dem Preise ihres Einkommens eine Tilgungs-

und eine Versicherungs-Prämie im Voraus abzuziehen. Sind $\mu_k, \mu_{k'}, \mu_{k''} \dots$
 $v_k, v_{k'}, v_{k''} \dots$ die bezüglichen Tilgungs- und Versicherungs-Prämien, die von
 den Preisen $p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots$ der Voll-Einkünfte der Kapitalien (K), (K'),
 (K'') ... abzuziehen sind, so werden die Preise dieser Kapitalien gleich
 den Quotienten ihrer Rein-Einkünfte, dividirt durch den Zinsfuss des Rein-
 Einkommens, sein, gemäss den l Gleichungen

$$P_k = \frac{p_k - (\mu_k + v_k)}{i},$$

$$P_{k'} = \frac{p_{k'} - (\mu_{k'} + v_{k'})}{i},$$

$$P_{k''} = \frac{p_{k''} - (\mu_{k''} + v_{k''})}{i},$$

...

Es möge nunmehr ein Mann Besitzer von q_t von (T) ..., von q_p von
 (P) ..., von q_k von (K), von $q_{k'}$ von (K'), von $q_{k''}$ von (K'') ... sein. Dann
 ist, bei den Preisen $p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots$ der produktiven Einkünfte und
 $P_t \dots P_p \dots P_k, P_{k'}, P_{k''} \dots$ der produktiven Kapitalien, sein Einkommen gleich

$$r = q_t p_t + \dots + q_p p_p + \dots + q_k p_k + q_{k'} p_{k'} + q_{k''} p_{k''} + \dots \quad \text{Einkommen}$$

und sein Kapital gleich

$$K = q_t P_t + \dots + q_p P_p + \dots + q_k P_k + q_{k'} P_{k'} + q_{k''} P_{k''} + \dots$$

Wenn dieser Mann gewisse Quanta von (T) ... (P) ... (K), (K'), (K'') ...
 entäussert im Werthe von

$$o_t p_t \dots o_p p_p \dots o_k p_k, o_{k'} p_{k'}, o_{k''} p_{k''} \dots,$$

so wird er andere Quanta konsumiren im Werthe von

$$(q_t - o_t) p_t \dots (q_p - o_p) p_p \dots (q_k - o_k) p_k, (q_{k'} - o_{k'}) p_{k'}, (q_{k''} - o_{k''}) p_{k''} \dots$$

Ausserdem wird er gewisse Quanta der Produkte (A), (B), (C), (D) ... kon-
 sumiren im Werthe der produktiven Dienste, die er anbietet, gemäss der
 Gleichung

$$o_t p_t + \dots + o_p p_p + \dots + o_k p_k + o_{k'} p_{k'} + o_{k''} p_{k''} + \dots = d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots,$$

wie wir dies bisher angenommen haben. Doch ist es auch möglich, dass es
 einen Ueberschuss des Werthes der angebotenen produktiven Dienste über dem
 Werth der gesuchten Produkte giebt:

$$e = o_t p_t + \dots + o_p p_p + \dots + o_k p_k + o_{k'} p_{k'} + o_{k''} p_{k''} + \dots - (d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots). \quad [e]$$

Fügen wir zur rechten Seite dieser Gleichung hinzu und ziehen davon ab

$$r = q_t p_t + \dots + q_p p_p + \dots + q_k p_k + q_{k'} p_{k'} + q_{k''} p_{k''} + \dots,$$

so ergibt sich

$$e = r - [(q_i - o_i) p_i + \dots + (q_v - o_v) p_v + \dots + (q_k - o_k) p_k + (q_{k'} - o_{k'}) p_{k'} + (q_{k''} - o_{k''}) p_{k''} + \dots + d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots].$$

Oder in Worten: — *Der Ueberschuss des Werthes der angebotenen produktiven Dienste über den Werth der gesuchten Konsum-Artikel ist auch der Ueberschuss des Einkommens über den Konsum.*

Dieser Ueberschuss kann negativ sein, d. h. er kann sich als ein Ueberschuss des Konsums über das Einkommen herausstellen. Wir haben alsdann anzunehmen, dass unser Mann nicht nur alle die produktiven Einkünfte, die er nicht selbst konsumirt, veräussert, sondern auch einen Theil seiner produktiven Kapitalien. Man nennt das wohl „von seinem Fette leben“. Dieser negative Ueberschuss kann nicht grösser sein, als der Gesamt-Werth der produktiven Kapitalien

$$q_i P_i + \dots + q_v P_v + \dots + q_k P_k + q_{k'} P_{k'} + q_{k''} P_{k''} + \dots$$

Andernfalls würde unser Mann das Gut Anderer sammt dem seinigen verzehren, was kein normaler Zustand ist.

Stehen diese Definitionen fest, so kann von drei Dingen eins sich ereignen:

1) Der positive Ueberschuss ist gleich der Summe, die zur Schaden-Tilgung und Unfall-Versicherung der Kapitalien (K), (K'), (K'') erforderlich ist; und wir haben

$$e = q_k (\mu_k + \nu_k) + q_{k'} (\mu_{k'} + \nu_{k'}) + q_{k''} (\mu_{k''} + \nu_{k''}) + \dots$$

dann beschränkt sich unser Mann schlechthin auf die Erhaltung seiner Kapitalien in engerem Sinne, ohne es zu vermehren oder zu vermindern.

2) Der Ueberschuss, ob positiv, ob Null, ob negativ, ist kleiner als der Betrag der Schaden-Tilgung und Unfall-Versicherung; und wir haben

$$e < q_k (\mu_k + \nu_k) + q_{k'} (\mu_{k'} + \nu_{k'}) + q_{k''} (\mu_{k''} + \nu_{k''}) + \dots$$

dann konsumirt wirklich unser Mann einen Theil seiner Kapitalien im engeren Sinne, die, ungetilgt und unversichert, nicht mehr in ursprünglicher Güte oder nicht mehr in gleichen Quanta vorhanden sein werden, da sie zum Theil durch den Gebrauch zerstört oder durch Unfall verdorben sein werden.

3) Ist schliesslich der Ueberschuss grösser als der Betrag der Schaden-Tilgung und Unfall-Versicherung, so haben wir

$$e > q_k (\mu_k + \nu_k) + q_{k'} (\mu_{k'} + \nu_{k'}) + q_{k''} (\mu_{k''} + \nu_{k''}) + \dots$$

dann mehrt unser Mann seine Kapitalien im engeren Sinne, indem er von der Produktion statt Konsum-Artikel neue Kapitalien kauft; er *spart*.

Also: — *Die Ersparnis ist die positive Differenz zwischen dem Ueberschuss des Einkommens über den Konsum und dem Betrag der Schaden-Tilgung und Unfall-Versicherung der Kapitalien.*

Ob nun auch unser Mann schlechthin und gerade seine Kapitalien tilgt und versichert, oder ob er seinen Besitz ganz oder zum Theil aufzehrt, oder ob er spart, immer folgt, dass er bei der Produktion statt neuer Kapitalien mehr oder weniger Konsum-Artikel, oder statt Konsum-Artikel neue Kapitalien sucht. Deshalb wollen wir diesen Ueberschuss des Einkommens über den Konsum, der positiv, Null oder negativ ist, nunmehr in das System der Gleichungen der Produktion als Voraussetzung einführbar betrachten, um daraus das System der Gleichungen der Kapitalisirung zu gewinnen. Wir halten fest, dass der Ueberschuss nur dann wirklich Ersparnis ist, wenn er nicht nur positiv, sondern ausserdem grösser als der Betrag der Schaden-Tilgung und Unfall-Versicherung der vorhandenen Kapitalien ist.

Folgern wir ebenso wie oben, wo wir über den Tausch sprachen, und fragen wir uns, indem wir unter allen einen beliebigen Mann herausgreifen: Wovon wird der Ueberschuss seines Einkommens über seinen Konsum abhängen? So lautet die Antwort: vom Preise der produktiven Einkünfte, vom Preise der Konsum-Artikel und vom Preise der produktiven Kapitalien. Statt des Preises der produktiven Kapitalien können wir der grössern Einfachheit halber den Zinsfuss des Rein-Einkommens setzen. Es ist gewiss, dass unser Mann, falls er nicht weiss, was $p_i \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_h, p_c, p_d \dots$ und i ist, nicht zu Stande kommen kann mit der Bestimmung des Angebotes seiner produktiven Einkünfte oder seiner Nachfrage nach Konsum-Artikeln oder seiner Nachfrage nach neuen Kapitalien. Doch es ist ebenso gewiss, dass er, wenn diese Quanta bekannt sind, alle erforderlichen Bedingungen zu jener Bestimmung hat, und dass besonders seine Geneigtheit zur Ersparnis mathematisch auf die einfachste Weise ausgedrückt werden kann durch eine Gleichung von der Form

$$e = f_0(p_i \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_h, p_c, p_d \dots i),$$

in welcher links die Funktion e allein steht, während wir uns rechts die Veränderlichen $p_i \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_h, p_c, p_d \dots i$ durch Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, u. s. w. mit einander verbunden vorzustellen haben, derart dass, wenn diese Veränderlichen durch bestimmte Preise der produktiven Einkünfte und Konsum-Artikel und durch einen bestimmten Zinsfuss des Rein-Einkommens ersetzt werden, sich mathematisch daraus als Werth der Funktion der Ueberschuss des Einkommens über den Konsum bei jenen Preisen und jenem Zinsfuss ergibt. Wir stellen, wie man sieht, diese Ersparnis-Gleichung empirisch auf, wie wir im Beginn die Nachfrage-Gleichung aufgestellt haben. Es würde vielleicht möglich sein, die grundlegenden mathematischen Vorbedingungen der Ersparnis-Funktion aufzufinden, wie wir diejenigen der Nachfrage-Funktion untersucht haben. Wir hätten zu diesem Zweck augenscheinlich die Nützlichkeit unter einem neuen Gesichtspunkt zu betrachten, wir hätten sie in *gegenwärtige* und in *zukünftige* Nützlichkeit zu

sondern. Wir wollen diese Untersuchung hier nicht vornehmen; und wir wollen der Ersparnis-Funktion ihren empirischen Charakter lassen, ohne indessen irgendwie zu behaupten, dass es darum unmöglich sei, sich zu jenen Vorbedingungen zu versteigen, sondern nur, weil jene Operation uns für den Augenblick nicht erforderlich ist. Es soll uns genug sein, als Thatsache hinzustellen, dass jene Funktion steigt oder fällt für steigende oder fallende Werthe von i , aus dem Grunde, weil es vernunftswidrig sein würde, anzunehmen, dass ein Mensch, der geneigt ist, eine unter gewissen Bedingungen des Rein-Einkommens mögliche Ersparnis zu machen, nicht geneigt sein würde, unter noch günstigeren Bedingungen eine wenigstens gleich hohe Ersparnis zu machen.

Bezeichnen wir die Summe der individuellen Ueberschüsse mit E und die Summe der individuellen Ersparnis-Funktionen mit F_e , so haben wir die Gleichung

$$E = F_e(p \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_a \dots i).$$

Und sind $D_k, D_{k'}, D_{k''}, \dots$ die bezw. hergestellten Quanta der neuen Kapitalien (K), (K'), (K'')..., so haben wir die Gleichung

$$D_k P_k + D_{k'} P_{k'} + D_{k''} P_{k''} + \dots = E.$$

So haben wir also zum Schluss $2l + 2$ Gleichungen, um die l produzierten Quanta der neuen Kapitalien, die l Preise dieser Kapitalien, die natürlich gleich den Preisen der schon vorhandenen Kapitalien sein werden, ferner den zu kapitalisirenden Gesamt-Ueberschuss des Einkommens über den Konsum und den Zinsfuss des Rein-Einkommens zu bestimmen; also ebenso viel Gleichungen wie Unbekannte. Und es bleibt uns nur noch, diese Gleichungen in entsprechender Weise in das System der Gleichungen der Produktion einzuführen, um das Problem der Kapitalisirung anzugreifen und zu lösen, welches lautet: *Gegeben ist das Quantum der Ersparnisse; es soll das System von Gleichungen formulirt werden, deren Wurzeln sind: 1) die Quanta der neuen Kapitalien, 2) die Preise dieser Kapitalien und 3) der Zinsfuss des Rein-Einkommens.*

§. 3. System der Gleichungen der Kapitalisirung und des Kredites.

Wir haben zunächst die Gleichung

$$[1] \quad E = F_e(p_i \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_a \dots i),$$

also eine Gleichung des Gesamt-Ueberschusses des Einkommens über den Konsum.

und die $m - 1$ Nachfrage-Gleichungen nach (B), (C), (D) ...

$$d_b = f_b (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$d_c = f_c (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$d_d = f_d (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

.

während die Nachfrage nach (A) durch die Gleichung gegeben wird

$$d_a = o_t p_t + \dots + o_p p_p + \dots + o_k p_k + o_{k'} p_{k'} + o_{k''} p_{k''} + \dots$$

$$- [f_a (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i) + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots].$$

Wir würden ebenso die Gleichungen des Einzel-Angebotes und der Einzel-Nachfrage der produktiven Dienste und die Gleichungen der Einzel-Nachfrage der Produkte seitens aller anderen Besitzer von produktiven Diensten erhalten. Und wenn wir die eingeführten Bezeichnungen festhalten, so würden wir schliesslich das folgende System von n Gleichungen des Gesamt-Angebotes der produktiven Dienste haben:

$$O_t = F_t (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

.

$$O_p = F_p (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

.

$$O_k = F_k (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$O_{k'} = F_{k'} (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$O_{k''} = F_{k''} (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

.

und folgendes System von m Gleichungen der Gesamt-Nachfrage nach den Produkten

$$D_b = F_b (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$D_c = F_c (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$D_d = F_d (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

.

$$D_a = O_t p_t + \dots + O_p p_p + \dots + O_k p_k + O_{k'} p_{k'} + O_{k''} p_{k''} + \dots - (E + D_b p_b + D_c p_c + D_d p_d + \dots).$$

Sind $a_t, b_t, c_t, d_t \dots k_t, k'_t, k''_t \dots a_p, b_p, c_p, d_p \dots k_p, k'_p, k''_p \dots a_k, b_k, c_k, d_k \dots k_k, k'_k, k''_k \dots a_{k'}, b_{k'}, c_{k'}, d_{k'} \dots k_{k'}, k'_{k'}, k''_{k'} \dots a_{k''}, b_{k''}, c_{k''}, d_{k''} \dots k_{k''}, k'_{k''}, k''_{k''} \dots$ die immer als konstant vorausgesetzten bezüglichen Quanta der produktiven Dienste (T) ... (P) ... (K) (K'), (K'') ..., die zur Herstellung einer Einheit eines jeden der Produkte (A), (B), (C), (D) ...

und eines jeden der neuen Kapitalien (K), (K'), (K'') ... gebraucht werden, so haben wir die 3 folgenden Gleichungen-Systeme:

$$\begin{aligned}
 & a_i D_a + b_i D_b + c_i D_c + d_i D_d + \dots + k_i D_k + k'_i D_{k'} + k''_i D_{k''} + \dots = O_i, \\
 & \dots \\
 & a_p D_a + b_p D_b + c_p D_c + d_p D_d + \dots + k_p D_k + k'_p D_{k'} + k''_p D_{k''} + \dots = O_p, \\
 & \dots \\
 [4] & a_k D_a + b_k D_b + c_k D_c + d_k D_d + \dots + k_k D_k + k'_k D_{k'} + k''_k D_{k''} + \dots = O_k, \\
 & a_{k'} D_a + b_{k'} D_b + c_{k'} D_c + d_{k'} D_d + \dots + k_{k'} D_k + k'_{k'} D_{k'} + k''_{k'} D_{k''} + \dots = O_{k'}, \\
 & a_{k''} D_a + b_{k''} D_b + c_{k''} D_c + d_{k''} D_d + \dots + k_{k''} D_k + k'_{k''} D_{k'} + k''_{k''} D_{k''} + \dots = O_{k''}, \\
 & \dots
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

also n Gleichungen, welche sagen, dass die Quanta der gebrauchten produktiven Dienste gleich den angebotenen Quanta sind;

$$\begin{aligned}
 & a_i p_i + \dots + a_p p_p + \dots + a_k p_k + a_{k'} p_{k'} + a_{k''} p_{k''} + \dots = 1, \\
 [5] & b_i p_i + \dots + b_p p_p + \dots + b_k p_k + b_{k'} p_{k'} + b_{k''} p_{k''} + \dots = p_b, \\
 & c_i p_i + \dots + c_p p_p + \dots + c_k p_k + c_{k'} p_{k'} + c_{k''} p_{k''} + \dots = p_c, \\
 & d_i p_i + \dots + d_p p_p + \dots + d_k p_k + d_{k'} p_{k'} + d_{k''} p_{k''} + \dots = p_d, \\
 & \dots
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

also m Gleichungen, welche sagen, dass die Verkaufs-Preise der Produkte gleich ihren Herstellungs-Preisen sind;

$$\begin{aligned}
 & k_i p_i + \dots + k_p p_p + \dots + k_k p_k + k_{k'} p_{k'} + k_{k''} p_{k''} + \dots = P_k, \\
 [6] & k'_i p_i + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k p_k + k'_{k'} p_{k'} + k'_{k''} p_{k''} + \dots = P_{k'}, \\
 & k''_i p_i + \dots + k''_p p_p + \dots + k''_k p_k + k''_{k'} p_{k'} + k''_{k''} p_{k''} + \dots = P_{k''}, \\
 & \dots
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

also l Gleichungen, welche sagen, dass die Verkaufs-Preise der neuen Kapitalien gleich ihren Herstellungs-Preisen sind.

Ferner haben wir die Gleichungen

$$\begin{aligned}
 & P_k = \frac{p_k - (\mu_k + v_k)}{i}, \\
 & P_{k'} = \frac{p_{k'} - (\mu_{k'} + v_{k'})}{i}, \\
 [7] & P_{k''} = \frac{p_{k''} - (\mu_{k''} + v_{k''})}{i}, \\
 & \dots
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

also ein System von l Gleichungen, welche die Gleichheit des Zinsfusses des Rein-Einkommens für alle Kapitalien besagen.

Und schliesslich haben wir diejenige Gleichung, welche die Gleichheit des Werthes zwischen allen vorhandenen Grund-, persönlichen und beweglichen Kapitalien plus den neuen Kapitalien einerseits, und den vorhandenen Grund-, persönlichen und beweglichen Kapitalien plus dem Gesamt-Ueberschuss des Einkommens über den Konsum andererseits ausdrückt; und die, wenn wir jenen Ueberschuss als positiv annehmen, die folgende wird:

(5)

$$[8] \quad D_k P_k + D_{k'} P_{k'} + D_{k''} P_{k''} + \dots = E,$$

also eine Tausch-Gleichung des Gesamt-Ueberschusses gegen die neuen Kapitalien.

Zurückblickend haben wir also im Ganzen $2n + 2m + 2l + 2$ Gleichungen, die sich auf $2n + 2m + 2l + 1$ zurückführen lassen, um genau $2n + 2m + 2l + 1$ Unbekannte zu bestimmen; diese sind: 1) die n angebotenen Gesamt-Quanta der produktiven Einkünfte, 2) die n Preise dieser Einkünfte, 3) die m gesuchten Gesamt-Quanta der Konsum-Artikel, 4) die $m-1$ Preise von $m-1$ dieser Artikel in der m^{ten} , 5) der Betrag des Gesamt-Ueberschusses des Einkommens über den Konsum, 6) die l hergestellten Quanta der neuen Kapitalien, 7) die l Preise dieser Kapitalien, und 8) der Zinsfuss des Rein-Einkommens. Wie seiner Zeit für den Tausch und die Produktion, so bleibt uns nun immerhin noch zu zeigen, dass das hier theoretisch aufgestellte Problem auch wirklich dasjenige ist, welches praktisch auf dem Markte durch den Mechanismus der freien Konkurrenz seine Lösung findet.

§. 4. Lösung der Gleichungen der Kapitalisirung und des Kredites. Bildungs-Gesetz des Zinsfusses des Rein-Einkommens.

Begeben wir uns zu dem Zweck auf den Markt, und nehmen wir an, dass man dort auf gut Glück einen gewissen Zinsfuss des Rein-Einkommens i , ferner l zu fabrizierende Quanta der Kapitalien $D'_k, D'_{k'}, D'_{k''} \dots$, ferner n Preise der produktiven Dienste bestimmt. Zu Folge der Lösung, welche wir oben für das Problem der Produktion gegeben haben, wissen wir, wie man durch wiederholtes Versuchen, was gerade durch den Mechanismus der freien Konkurrenz geschieht, jene letzten Preise in die Werthe $p'_i \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots$ umwandeln kann, welche nun m Werthe der Herstellungs-Preise der Produkte bestimmen gemäss den Gleichungen:

$$\begin{aligned} 1 &= a_i p'_i + \dots + a_p p'_p + \dots + a_k p'_k + a_{k'} p'_{k'} + a_{k''} p'_{k''} + \dots \\ p'_b &= b_i p'_i + \dots + b_p p'_p + \dots + b_k p'_k + b_{k'} p'_{k'} + b_{k''} p'_{k''} + \dots \\ p'_c &= c_i p'_i + \dots + c_p p'_p + \dots + c_k p'_k + c_{k'} p'_{k'} + c_{k''} p'_{k''} + \dots \\ p'_d &= d_i p'_i + \dots + d_p p'_p + \dots + d_k p'_k + d_{k'} p'_{k'} + d_{k''} p'_{k''} + \dots \\ &\dots \end{aligned}$$

und zwar dergestalt, dass sich, wenn jene n Preise der produktiven Dienste und jene m Preise der Produkte gegeben, daraus ergibt:

1) Ein Gesamt-Ueberschuss des Einkommens über den Konsum

$$E' = F_e (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots i');$$

2) n angebotene Quanta der produktiven Dienste

$$O'_t = F_t (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots i'),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$O'_p = F_p (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots i'),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$O'_k = F_k (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots i'),$$

$$O'_{k'} = F_{k'} (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots i'),$$

$$O'_{k''} = F_{k''} (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots i'),$$

$$\dots \dots \dots$$

3) m gesuchte Quanta der Produkte

$$D'_b = F_b (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots i'),$$

$$D'_c = F_c (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots i'),$$

$$D'_d = F_d (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_b, p'_c, p'_d \dots i'),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$D'_a = O'_t p'_t + \dots + O'_p p'_p + \dots + O'_k p'_k + O'_{k'} p'_{k'} + O'_{k''} p'_{k''} + \dots - (E' + D'_b p'_b + D'_c p'_c + D'_d p'_d + \dots);$$

Dieser Ueberschuss, diese angebotenen Quanta und diese gesuchten Quanta, zusammen mit den auf gut Glück bestimmten Quanta der zu fabrizirenden neuen Kapitalien, werden den Gleichungen genügen:

$$a_t D'_a + b_t D'_b + c_t D'_c + d_t D'_d + \dots + k_t D'_k + k'_t D'_{k'} + k''_t D'_{k''} + \dots = O'_t,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$a_p D'_a + b_p D'_b + c_p D'_c + d_p D'_d + \dots + k_p D'_k + k'_p D'_{k'} + k''_p D'_{k''} + \dots = O'_p,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$a_k D'_a + b_k D'_b + c_k D'_c + d_k D'_d + \dots + k_k D'_k + k'_k D'_{k'} + k''_k D'_{k''} + \dots = O'_k,$$

$$a_{k'} D'_a + b_{k'} D'_b + c_{k'} D'_c + d_{k'} D'_d + \dots + k_{k'} D'_k + k'_{k'} D'_{k'} + k''_{k'} D'_{k''} + \dots = O'_{k'},$$

$$a_{k''} D'_a + b_{k''} D'_b + c_{k''} D'_c + d_{k''} D'_d + \dots + k_{k''} D'_k + k'_{k''} D'_{k'} + k''_{k''} D'_{k''} + \dots = O'_{k''}.$$

$$\dots \dots \dots$$

Die Werthe $p'_t \dots p'_r \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots$ der Preise der produktiven Dienste bestimmen ausser den m Werthen der Herstellungs-Preise der Produkte, auch l Werthe der Herstellungs-Preise der neuen Kapitalien

$$P'_k = k_t p'_t + \dots + k_v p'_v + \dots + k_k p'_k + k_{k'} p'_{k'} + k_{k''} p'_{k''} + \dots$$

$$P'_{k'} = k'_t p'_t + \dots + k'_v p'_v + \dots + k'_{k'} p'_{k'} + k'_{k''} p'_{k''} + \dots$$

$$P'_{k''} = k''_t p'_t + \dots + k''_v p'_v + \dots + k''_{k'} p'_{k'} + k''_{k''} p'_{k''} + \dots$$

Somit haben wir jetzt die Gleichungen der Systeme [1], [2], [3], [4], [5] und [6], erfüllt; und es bleiben nur noch die Gleichungen der Systeme [7] und [8] zu erfüllen; dergestalt, dass wenn zufälliger Weise

$$P'_k = \frac{p'_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'},$$

$$P'_{k'} = \frac{p'_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'},$$

$$P'_{k''} = \frac{p'_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'},$$

wäre, und

$$D'_k P'_k + D'_{k'} P'_{k'} + D'_{k''} P'_{k''} + \dots = E',$$

das Problem gelöst wäre. Doch im Allgemeinen wird

$$P'_k \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{p'_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'},$$

$$P'_{k'} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{p'_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'},$$

$$P'_{k''} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{p'_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'},$$

sein, und

$$D'_k P'_k + D'_{k'} P'_{k'} + D'_{k''} P'_{k''} + \dots \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} E';$$

und es handelt sich also darum, diese Ungleichungen zur Gleichheit zu führen und zwar durch ein Annäherungsverfahren, welches auf die noch auf gut Glück bestimmten Grössen $i', D'_k, D'_{k'}, D'_{k''} \dots$ anzuwenden sein wird. Dies bildet ganz im besonderen das Objekt des Problems, welches uns beschäftigt.

Es sind nun aber bei den Preisen $p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots$ ihrer Einkünfte die neuen Kapitalien (K), (K'), (K'') ... verkäuflich zu den Preisen

$$\Pi_k = \frac{p'_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'}$$

$$\Pi_{k'} = \frac{p'_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'}$$

$$\Pi_{k''} = \frac{p'_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'}$$

.

d. h. den Verkaufs-Preisen der auf dem Markt der Kapitalien vorhandenen Kapitalien, wie leicht zu beweisen ist, wenn man letztere als von Kapitalisten oder Unternehmern gesucht voraussetzt. Denn wenn jene Verkaufs-Preise sich höher stellten, so würde es für die über Ersparnisse verfügenden Kapitalisten vortheilhafter sein, schon vorhandene Kapitalien (K), (K'), (K'') ... zu kaufen, als neue; und für die Unternehmer von Produkten würde es vortheilhafter sein, schon vorhandene Kapitalien zu den Mieths-Preisen p'_k , $p'_{k'}$, $p'_{k''}$... zu miethen, als Geld-Kapital zu entleihen zu dem Zinsfuss i , um damit neue Kapitalien zu kaufen. Die Unternehmer der neuen Kapitalien würden dann genöthigt sein, ihre neuen Kapitalien zu herabgesetztem Preise anzubieten. Und, wenn umgekehrt jene Verkaufs-Preise sich niedriger stellten, würde es vortheilhaft sein für diejenigen Kapitalisten, welche im Besitze schon vorhandener Kapitalien (K), (K'), (K'') ... sind, dieselben zu verkaufen, um neue Kapitalien einzukaufen; und für die Unternehmer von Produkten würde es vortheilhafter sein, Geld-Kapital zum Zinsfuss i zu entleihen, um neue Kapitalien zu kaufen, als vorhandene Kapitalien zu den Mieths-Preisen p'_k , $p'_{k'}$, $p'_{k''}$... zu miethen. Jene Kapitalisten und jene Unternehmer von Produkten würden also dazu kommen, neue Kapitalien bei gesteigerten Preisen zu suchen. So sind also Π_k , $\Pi_{k'}$, $\Pi_{k''}$... die Verkaufs-Preise der neuen Kapitalien, wie P'_k , $P'_{k'}$, $P'_{k''}$... deren Herstellungs-Preise sind. Da nun in der Regel Verkaufs- und Herstellungs-Preise ungleich sind, so werden die Unternehmer neuer Kapitalien Gewinnst oder Verlust haben, ausgedrückt durch die Differenzen

$$D'_k (\Pi_k - P'_k), \quad D'_{k'} (\Pi_{k'} - P'_{k'}), \quad D'_{k''} (\Pi_{k''} - P'_{k''}) \dots$$

Man sieht nicht unmittelbar, wie oben, wo von der Ungleichheit des Verkaufs- und des Herstellungs-Preises der Produkte die Rede war, wie es möglich sein solle, durch Aenderung der Grössen D'_k , $D'_{k'}$, $D'_{k''}$... die Preise Π_k und P_k , $\Pi_{k'}$ und $P_{k'}$, $\Pi_{k''}$ und $P_{k''}$... zur Gleichheit zu führen. Dies liegt daran, dass man nicht unmittelbar bemerkt, dass jene Verkaufs- und Herstellungs-Preise Funktionen sind der fabrizirten Quanta der neuen Kapitalien. Aber es ist leicht, diesen Umstand klar zu legen.

Versetzen wir uns im Geiste zurück zu den verschiedenen Systemen der Gleichungen der Kapitalisirung, wie wir sie im vorigen Paragraphen auf-

gestellt haben. Nehmen wir an, man hätte die durch die Gleichungen des Systems [5] gegebenen Werthe von $p_b, p_c, p_a \dots$ in die Gleichungen der Systeme [1], [2] und [3] eingesetzt; man hätte dann die durch die Gleichungen der Systeme [2] und [3] gegebenen Werthe von $O_1 \dots O_p \dots O_k, O_{k'}, O_{k''} \dots$ und von $D_a, D_b, D_c, D_d \dots$ in ihrer nunmehrigen Gestalt eingeführt in die Gleichungen des Systems [4], so würde dieses System nunmehr ein System von n Gleichungen bilden unter $n + l + 1$ Unbekannten, welche sein würden: die n Preise der produktiven Dienste $p_1 \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots$; die l zu fabrizirenden Quanta der neuen Kapitalien $D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots$; und der Zinsfuss i des Rein-Einkommens. Betrachten wir diese letzten $l + 1$ Grössen als gegeben und die n ersten allein als unbekannt, und eliminiren wir allmählich $n - 1$ von jenen Unbekannten, so würden wir schliesslich n Gleichungen von der nachstehenden Form erhalten, welche die Preise der produktiven Dienste als Funktionen der zu fabrizirenden Quanta der neuen Kapitalien und des Rein-Einkommens geben:

$$p_1 = F_1 (D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

$$p_p = F_p (D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

$$p_k = F_k (D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

$$p_{k'} = F_{k'} (D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

$$p_{k''} = F_{k''} (D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

Und, setzen wir die durch diese Gleichungen gegebenen Werthe von $p_1 \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots$ in diejenigen der Systeme [6] und [7] ein, so würden wir schliesslich 2 Systeme von je l Gleichungen haben, von denen das eine die Herstellungs-Preise und das andere die Verkaufs-Preise als Funktionen der zu fabrizirenden Quanta jener neuen Kapitalien und des Zinsfusses des Rein-Einkommens giebt.

Wir kennen die Funktionen $F_1 \dots F_p \dots F_k, F_{k'}, F_{k''} \dots$ nicht. Doch erhellt es zur Genüge aus den Gesetzen der Preisänderung der produktiven Dienste, wie wir sie oben festgestellt haben, dass, wenn die Ungleichungen gegeben sind,

$$k_1 p'_1 + \dots + k_p p'_p + \dots + k_k p'_k + k_{k'} p'_{k'} + k_{k''} p'_{k''} + \dots \geq \frac{p'_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'},$$

$$k'_1 p'_1 + \dots + k'_p p'_p + \dots + k'_k p'_k + k'_{k'} p'_{k'} + k'_{k''} p'_{k''} + \dots \geq \frac{p'_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'},$$

$$k''_t p'_t + \dots + k''_p p'_p + \dots + k''_k p'_k + k''_{k'} p'_{k'} + k''_{k''} p'_{k''} + \dots > \frac{p'_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'},$$

und wenn das Quantum D_k vermehrt oder vermindert wird, so auch einerseits der Preis aller produktiven Dienste, welche zur Herstellung des Kapitals (K) gebraucht werden, vermehrt oder vermindert wird, d. h. der Herstellungs-Preis jenes Kapitals, welcher durch die linke Seite der ersten Ungleichung ausgedrückt wird, steigt oder fällt, während andererseits der Preis des produktiven Einkommens (K) erheblich vermindert oder vermehrt wird, d. h. der Verkaufs-Preis desselben Kapitals erheblich fällt oder steigt. Es ist also die linke Seite der Ungleichung eine steigende und die rechte eine fallende Funktion des fabrizierten Quantums des Kapitals (K). Folglich, wenn wir z. B. annehmen, dass $P'_k > \Pi_k$ sei, so könnte man, durch Verminderung von D'_k , P'_k vermindern und Π_k vermehren; und umgekehrt, wenn wir annehmen, dass $P'_k < \Pi_k$ sei, so könnte man, durch Vermehrung von D'_k , P'_k vermehren und Π_k vermindern. Ebenso, wenn $P'_{k'} \geq \Pi_{k'}$ ist, könnte man, durch Verminderung oder Vermehrung von $D'_{k'}$, $P'_{k'}$ vermindern oder vermehren und $\Pi_{k'}$ vermehren oder vermindern. Ebenso, wenn $P'_{k''} \geq \Pi_{k''}$ ist, könnte man, durch Verminderung oder Vermehrung von $D'_{k''}$, $P'_{k''}$ vermindern oder vermehren und $\Pi_{k''}$ vermehren oder vermindern... Man erkennt sofort, welcher Annäherungs-Versuch zu machen sein würde, und wie man dazu gelangen würde, durch Kombinirung dieses Annäherungs-Versuches mit den vorhergehenden gewisse Quanta D''_k , $D''_{k'}$, $D''_{k''}$... derart zu bestimmen, dass daraus folgte

$$k_t p''_t + \dots + k_p p''_p + \dots + k_k p''_k + k_{k'} p''_{k'} + k_{k''} p''_{k''} + \dots = \frac{p''_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'},$$

$$k'_t p''_t + \dots + k'_p p''_p + \dots + k'_k p''_k + k'_{k'} p''_{k'} + k'_{k''} p''_{k''} + \dots = \frac{p''_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'},$$

$$k''_t p''_t + \dots + k''_p p''_p + \dots + k''_k p''_k + k''_{k'} p''_{k'} + k''_{k''} p''_{k''} + \dots = \frac{p''_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'},$$

dergestalt, dass die Gleichungen des Systems [7] ebenso erfüllt wären, wie die der Systeme [1], [2], [3], [4], [5] und [6]. Aber diese Annäherungs-Methode ist genau diejenige, welche auf dem Markte wirklich befolgt wird, freie Konkurrenz vorausgesetzt. Die Unternehmer neuer Kapitalien, ebenso wie auch die von Produkten strömen zu den Unternehmungen zu oder ziehen sich von denselben zurück, je nachdem dort Gewinnst oder Verlust gemacht

wird. Also; eine der schon beschriebenen und bekannten Annäherungen giebt uns die Lösung der 7 ersten Systeme von Gleichungen der Kapitalisirung; und wir haben nur noch die Gleichung des letzten Systemes zu lösen.

Wenn nun also

$$D''_k P''_k + D''_{k'} P''_{k'} + D''_{k''} P''_{k''} + \dots = E'',$$

wäre, so würde unser Problem völlig gelöst sein. Doch in der Regel wird

$$D''_k P''_k + D''_{k'} P''_{k'} + D''_{k''} P''_{k''} + \dots > E'';$$

sein, und es handelt sich darum, diese Ungleichung zur Gleichheit zu führen durch ein Annäherungs-Verfahren, welches diesmal auf die noch auf gut Glück bestimmte Grösse i' anzuwenden sein wird.

Schreiben wir zu dem Ende die Gleichung in der Form

$$D''_k \frac{p''_k - (\mu_k + v_k)}{i'} + D''_{k'} \frac{p''_{k'} - (\mu_{k'} + v_{k'})}{i'} + D''_{k''} \frac{p''_{k''} - (\mu_{k''} + v_{k''})}{i'} + \dots \\ \geq F_0 (p''_1 \dots p''_p \dots p''_k, p''_{k'}, p''_{k''} \dots p''_b, p''_c, p''_d \dots i'),$$

Die linke Seite dieser Ungleichung stellt die Nachfrage nach Geld-Kapital seitens der Unternehmer von Produkten dar, die ebenso gerne Geld-Kapital entleihen als vorhandene Kapitalien (K), (K'), (K'') ... miethen. Diese Nachfrage ist augenscheinlich eine fallende Funktion von i . Was die rechte Seite anbetrifft, so verbildlicht sie das Angebot des Geld-Kapitals seitens der Darleiher des Ueberschusses des Einkommens über den Konsum. Ob wir nun auch die Funktion F_0 nicht kannten, wir wissen doch, dass es eine steigende Funktion von i ist. Da dies feststeht, so sieht man sofort, dass es, im Falle die Nachfrage nach dem Geld-Kapital grösser als das Angebot ist, einer Hausse des Zinsfusses des Rein-Einkommens bedarf, um zur Gleichheit zu gelangen, und dass es, im Falle das Angebot grösser als die Nachfrage ist, einer Baisse des Zinsfusses des Rein-Einkommens bedarf. Genau dies geschieht auf dem Markte des Kapitals.

Also: — Sind mehrere produktive Dienste gegeben, zu deren Preisen es möglich ist, einen kapitalisirbaren Ueberschuss des Einkommens über den Konsum zu erheben, und deren Austausch gegen verschiedene Konsum-Artikel und gegen verschiedene neue Kapitalien unter Einführung eines Werth-Massstabes vor sich geht; so ist, damit Gleichgewicht des Marktes der Kapitalien oder fester Preis aller neuen Kapitalien bestehe, erforderlich und hinreichend: 1) dass der Verkaufs-Preis jener neuen Kapitalien gleich ihrem Herstellungs-Preise sei und 2) dass bei dem aus diesem Preise folgenden Zinsfusse des Rein-Einkommens die Nachfrage nach Geld-Kapital gleich seinem Angebot sei. Falls diese doppelte Gleichheit nicht besteht, so bedarf es behufs Herstellung der ersteren einer Vermehrung des Quantums der neuen Kapitalien, deren Verkaufs-Preis den Herstellungs-Preis

überschreitet, und einer Verminderung des Quantums derjenigen, deren Herstellungs-Preis den Verkaufs-Preis überschreitet; und behufs Herstellung der zweiten, einer Hausse des Zinsfusses des Rein-Einkommens, wenn die Nachfrage nach Geld-Kapital grösser ist als sein Angebot, und einer Baisse dieses Zinsfusses, wenn das Angebot des Geld-Kapitals grösser als seine Nachfrage ist.

Da die neuen Kapitalien nichts anderes als Produkte sind und also die auf sie bezügliche Bedingung unter die Grundgesetze der Produktions-Kosten fällt, so bleibt als Haupt-Ergebnis dieser Studie die Bestimmung des Zinsfusses des Rein-Einkommens gemäss dem Gesetz des Angebotes und der Nachfrage. Hierin liegt die Lösung des Problems der Kapitalisirung. Ist übrigens dieser Zinsfuss einmal bestimmt, so bestimmen sich die Preise der Grundstücke und der persönlichen Fähigkeiten demselben Gesetze gemäss auf dem Markte der Kapitalien; und zwar diejenigen der Grundstücke zu Folge der Gleichungen

$$P_i = \frac{p_i}{i}, \quad P_{i'} = \frac{p_{i'}}{i}, \quad P_{i''} = \frac{p_{i''}}{i} \dots$$

und diejenigen der persönlichen Fähigkeiten gemäss der Gleichungen

$$P_v = \frac{p_v - (\mu_v + v_v)}{i}, \quad P_{v'} = \frac{p_{v'} - (\mu_{v'} + v_{v'})}{i}, \quad P_{v''} = \frac{p_{v''} - (\mu_{v''} + v_{v''})}{i} \dots$$

§. 5. Analytische Definition der Kapitalisirung und des Kredites. Bedingungen des wirthschaftlichen Fortschrittes.

Da die freie Konkurrenz auf dem Gebiete der Schaffung neuer Kapitalien mittelst des Ueberschusses des Einkommens über den Konsum sich in jeder Beziehung als der Weg zur Lösung der von uns aufgestellten Gleichungen der Kapitalisirung erweist, so folgt daraus:

Die Kapitalisirung der Ersparnisse durch den Kredit auf einem Markte, wo freie Konkurrenz waltet, ist eine Operation, durch welche der Ueberschuss des Einkommens über den Konsum sich in neue Kapitalien von geeigneter Beschaffenheit und Menge umwandelt, um die grösste mögliche Befriedigung der Bedürfnisse zu gewähren innerhalb der Grenzen der Bedingung, dass nur ein einziger Zinsfuss des Rein-Einkommens für alle produktiven Dienste auf dem Markte vorhanden sei.

Genuss-Maximum auf der einen Seite, Preis-Einheit auf der anderen, sowohl für die Produkte auf dem Markte der Produkte, wie für die produktiven Dienste auf dem Markte dieser Dienste, wie für das Geld-Kapital auf dem Markte dieses Kapitals: dies ist also die doppelte Bedingung, zu Folge welcher die Welt der volkwirtschaftlichen Interessen sich selbst zu ordnen strebt, genau wie die Anziehung im direkten Verhältnisse der Massen und im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen die doppelte Be-

dingung ist, zufolge der die Welt der astronomischen Bewegungen sich selbst ordnet. Auf der einen wie auf der anderen Seite schliesst eine Formel von zwei Linien die ganze Wissenschaft in sich und liefert die Erklärung einer unzähligen Menge von besonderen Einzel-Erscheinungen.

Es ist kaum nöthig auszusprechen, dass das Prinzip der Proportionalität der Werthe zu den Seltenheiten im Zustande allgemeinen Gleichgewichtes des Marktes und das Gesetz der Aenderungen der Gleichgewichts-Preise gemäss den Aenderungen der Seltenheiten, die entweder aus Aenderungen des Bedarfes oder aus Aenderungen des Vorrathes der Produkte oder produktiven Dienste herrühren, in jeder Beziehung, nach wie vor der Lösung der Gleichungen der Kapitalisirung, bestehen bleibt. Im Gegensatz dazu hat aber die bei der Aufstellung jener Gleichungen in Erinnerung gebrachte Thatsache der Unvermehrbarkeit des Quantums der Grundstücke in Gemeinschaft mit der Vermehrbarkeit des Quantums der Personen und der Kapitalien im Schoosse einer Gesellschaft, die spart und kapitalisirt, äusserst ernste Folgen, die in einigen Gesetzen von der grössten Wichtigkeit zu formuliren uns übrig bleibt, um diese Skizze einer mathematischen Theorie der wirthschaftlichen Güter zu vollenden. Diese Gesetze werden diejenigen *der Aenderung der Preise in einer fortschreitenden Gesellschaft* sein.

Wir haben oben abgesehen von den Aenderungen der Fabrikations-Koeffizienten $a_t, b_t, c_t, d_t \dots k_t, k'_t, k''_t \dots a_p, b_p, c_p, d_p \dots k_p, k'_p, k''_p \dots a_k, b_k, c_k, d_k \dots k_k, k'_k, k''_k \dots a_{k'}, b_{k'}, c_{k'}, d_{k'} \dots k_{k'}, k'_{k'}, k''_{k'} \dots a_{k''}, b_{k''}, c_{k''}, d_{k''} \dots k_{k''}, k'_{k''}, k''_{k''} \dots$ d. h. von den bezüglichen Quanta der produktiven Dienste (T) ... (P) ... (K), (K'), (K'') ... die zur Herstellung einer Einheit eines jeden der Produkte (A), (B), (C), (D) ... und eines jeden der neuen Kapitalien (K), (K'), (K'') ... gebraucht werden. Wir haben erklärt, warum wir uns erlaubten, diese Quanta für den Augenblick als *a priori* bestimmt zu betrachten, doch nicht ohne auszusprechen, dass sie dies nicht wären. In der That, sie sind es nicht, weder in Hinsicht ihres Werthes noch in Hinsicht ihrer Natur. Dieser Umstand ist Ausschlag gebend; er hat eine bedeutende Tragweite.

Wenn stets bestimmte, gleichbleibende Quanta Rente von der Art (T) erforderlich wären, um eine Einheit von (A), von (B), von (C), von (D) ... von (K), von (K'), von (K'') ... herzustellen, so würde die Vervielfältigung dieser Produkte und neuen Kapitalien durchaus begrenzt sein durch das vorhandene Quantum Q_t von Grundstücken dieser Art. Wenn z. B. stets $\frac{1}{10}$ der jährlichen Rente einer Hektare Land erforderlich wäre, um 1 hl Weizen zu schaffen; mit anderen Worten, wenn eine Hektare Land niemals mehr als 10 hl Weizen pro Jahr zu produziren vermöchte, so wäre die Vervielfältigung des Weizens durchaus begrenzt durch das vorhandene Quantum von bestellungsfähigem Lande. Doch weiss jedes Kind, dass dem nicht so ist. Dank der Ersetzung der Brache-Wirthechaft durch das System der Frucht-Folge,

Dank dem Gebrauch von Düngungsmitteln, von tiefer oder flacher gehenden Pflugmaschinen, kann eine Hektare Land von Jahr zu Jahr eine grössere Anzahl von Hektolitern Weizen hervorbringen. Und man kann, allgemein zu sprechen, bei der Herstellung der Produkte und neuen Kapitalien stetig geringere Quanta von Grund-Rente verbrauchen, unter der Bedingung, dass man stetig grössere Quanta von Kapital-Nutzen hineinsteckt. Hierin liegt die Möglichkeit des Fortschrittes.

Der Fortschritt kann nur in der Verminderung der Seltenheiten oder der Dringlichkeiten der letzten befriedigten Bedürfnisse von Produkten bei wachsender Bevölkerung bestehen. Deshalb ist der Fortschritt möglich oder unmöglich, je nachdem die Vervielfältigung der Produkte möglich oder unmöglich ist. Wenn die Vervielfältigung der Produkte nur in gewissen Grenzen möglich wäre, so würde auch ein Fortschritt nur in gewissen Grenzen möglich sein. Die Seltenheiten würden nur bis zu einem gewissen Punkte abnehmen können, wenn die Bevölkerung die gleiche bleibt; oder die Bevölkerung würde nur bis zu einem gewissen Punkt zunehmen können, wenn die Seltenheiten die gleichen bleiben; oder die Seltenheiten würden nur bis zu einem gewissen Punkt abnehmen können, wenn die Bevölkerung selbst bis zu einem gewissen Punkte zunähme. Wenn die Vervielfältigung der Produkte in die Unendlichkeit hinein möglich ist, ist auch ein Fortschritt ohne Ende möglich. Die unendliche Vervielfältigung der Produkte ist aber möglich auf Grund der Möglichkeit der stetig beträchtlicheren, wenn auch niemals völligen Ersetzung der Grund-Rente durch den Kapital-Nutzen bei der Produktion. Es sind zwei Fälle zu unterscheiden: der Fall, wo der Werth der Fabrikations-Koeffizienten allein sich ändert durch die Verminderung derjenigen der Verwendung von Rente und Vermehrung derjenigen der Verwendung von Nutzen. Dies wollen wir den *wirtschaftlichen*, den durch Ersparnis herbeigeführten Fortschritt nennen. Und der Fall, wo die Natur der Fabrikations-Koeffizienten selbst durch Einführung gewisser produktiver Dienste und Verschwinden gewisser anderer sich ändert. Dies wollen wir den *technischen*, den durch die Wissenschaft herbeigeführten Fortschritt nennen. In der Wirklichkeit wirken diese beiden Formen des Fortschrittes zusammen; hier wollen wir vom zweiten absehen, um nur den ersten zu betrachten. Uebrigens müssen augenscheinlich zunächst die Kapitalien durch Ersparnis geschaffen sein, bevor die Verwendung ihres Nutzens möglich ist. Daher der Satz: — *Der Fortschritt, welcher in der Verminderung der Seltenheiten der Produkte unter Vermehrung des Quantums der Personen besteht, ist trotz der Nicht-Vermehrung des Quantums der Grundstücke möglich Dank der Vermehrung des Quantums der Kapitalien unter der wesentlichen Bedingung, dass die Vermehrung des Quantums der Kapitalien der Vermehrung des Quantums der Personen vorangeht und dieselbe übertrifft.* Es würde hier der Ort sein, die so viel bestrittene Theorie von Malthus über die Bevölkerung und die Lebensmittel zu berichtigen.

§. 6. Aenderungs-Gesetze der Preise in einer fortschreitenden Gesellschaft.

Man hat viel über die Frage gestritten, ohne schliesslich zu irgend einer ernstesten und endgiltigen Folgerung im einen oder im anderen Sinne zu kommen, ob der Preis der Produkte in einer fortschreitenden Gesellschaft steige oder falle. Wir haben auf diese Frage zu antworten, dass, was in einer fortschreitenden Gesellschaft nothwendiger Weise abnimmt, die Seltenheiten sind. Was die Preise anbetrifft, welche die Verhältnisse jener Seltenheiten zu den Seltenheiten des als Werth-Massstab dienenden Produktes sind, so können sie die gleichen bleiben, wenn in derselben Zeit, wo die Seltenheiten aller Produkte mit Ausnahme der des Werth-Massstabes abnehmen, auch die Seltenheiten des als Werth-Massstab dienenden Produktes verhältnismässig abnehmen; und kein Grund liegt vor, dies nicht anzunehmen. Die Preise fallen nur dann, wenn die Seltenheiten des als Werth-Massstab dienenden Produktes sich nicht ändern. Also nur unter dem Vorbehalte dieser Voraussetzung, dass die Seltenheiten des als Werth-Massstab dienenden Produktes konstant bleiben, darf man sagen, dass *die Preise der Produkte in einer fortschreitenden Gesellschaft fallen*. J.-B. Say sprach den Satz in diesem Sinne aus, doch unter dem Eingeständnis, ihn nicht beweisen zu können. In diesem Falle, wie in mehreren anderen Fällen, leitete ihn sein ausgezeichnete Scharfsinn sehr richtig; es fehlte ihm nur eine tiefer gehende Methode: denn die Klarheit in der hier in Rede stehenden Frage beruht, wie man sieht, ganz und gar auf einer vollständigen mathematischen Analyse des Phänomens der Bildung und Aenderung der Preise.

Gehen wir nunmehr, nachdem das Nöthige über die Preise der Produkte gesagt ist, über zu den Preisen der produktiven Dienste.

Um die Gedanken nicht abschweifen zu lassen, und um die Wirkungen des Fortschrittes soweit als thunlich unter übrigens gleichen Verhältnissen wie bisher zu studiren, wollen wir uns eine Gesellschaft denken, wie wir sie bisher betrachtet haben, in welcher eine gewisse Anzahl von Personen, welche gewisse Nützlichkeits- oder Bedarfs-Kurven haben, im Besitze gewisser Quanta von produktiven Diensten, d. h. von Grundstücken, persönlichen Fähigkeiten und Kapitalien, sind; und die in einem gegebenen Momente durch den Fortschritt verdoppelt wäre. Es ist einleuchtend, dass, falls an die erste Gesellschaft sich schlechthin eine zweite in allen Punkten identische anfügte, die Preise der produktiven Dienste, sowenig wie die der Produkte, sich nicht ändern würden. Aber eine solche Voraussetzung entspricht nicht der erfahrungsmässigen Kenntnis des Fortschrittes. Wir haben vielmehr anzunehmen, dass einem jeden Mann der älteren Gesellschaft nach Ablauf einer gewissen Zeit zwei andere in der neuen Gesellschaft gefolgt wären und dass diese vor Vollziehung der Produktion und des Tausches verfügten:

- 1) über dieselben Nützlichkeits- oder Bedarfs-Kurven;
 - 2) über die Hälfte derselben Grundstücken;
 - 3) über ein gleiches Quantum derselben persönlichen Fähigkeiten;
 - 4) über ein verhältnismässig grösseres Quantum derselben Kapitalien,
- was nothwendig ist, um dem Unternehmer zu gestatten, mit dem gleichen Quantum von Grundstücken und Rente und mit dem doppelten Quantum von persönlichen Fähigkeiten und Arbeit, ein zum wenigsten doppeltes Quantum jedweden Produktes hervorzubringen.

Somit würde jedes Glied der älteren Gesellschaft durch zwei Glieder der neuen Gesellschaft ersetzt sein, die *nach* Vollziehung der Produktion und des Tausches direkt zu konsumiren hätten:

- 1) die Hälfte derselben Renten;
- 2) ein gleiches Quantum derselben Arbeiten;
- 3) ein verhältnismässig grösseres Quantum derselben Nutz-Erträge;
- 4) ein zum wenigsten gleiches Quantum derselben Produkte.

Unter diesen Bedingungen würde das allgemeine Gleichgewicht auf dem Markt der neuen Gesellschaft nicht zu denselben Preisen wie auf dem der älteren Gesellschaft bestehen. Es springt in die Augen, dass die beiden Reihen von Verhältnissen der Seltenheiten der direkt konsumirten Renten und der direkt konsumirten Nutz-Erträge zu den Seltenheiten des als Werth-Massstab dienenden Produktes zum Theil grösser zum Theil kleiner als die Preise dieser Renten und dieser Nutz-Erträge, d. h. als Pacht-Summen und Zinsen sein würden. Es würde sofort Nachfrage nach direkt konsumirbaren Renten, Angebot von direkt konsumirbaren Nutz-Erträgen, also eine Hausse der Pachtsummen, eine Baisse der Zinsen, eintreten. Dies ist zweifellos; es ist aber leicht zu zeigen, dass, wenn wir uns jene Hausse des Preises der Renten und jene Baisse des Preises der Nutz-Erträge vollendet denken, das allgemeine Gleichgewicht, wenn nicht völlig hergestellt, so doch auf dem Wege ist sich herzustellen.

Steigen die Pacht-Summen und fallen die Zinsen, so tritt, was die direkt konsumirbaren Renten und Nutz-Erträge betrifft, nahezu Genuss-Maximum ein. Ferner tritt Genuss-Maximum in Bezug auf die direkt konsumirten Arbeiten ein. Also, was die Preise der produktiven Dienste angeht, so besteht Gleichgewicht; oder es fehlt doch wenig daran.

Die Unternehmer, als Produzenten, bezahlen höhere Pachtsummen, aber sie haben auch zur Herstellung der Produkte weniger Rente nöthig. Sie bezahlen niedrigere Zinsen, aber sie haben zur Herstellung der Produkte auch mehr Nutz-Erträge nöthig. Also sind die Herstellungs-Preise nahezu dieselben und stimmen mit den Verkaufs-Preisen überein; oder es fehlt doch wenig daran.

Die Grundeigenthümer, Arbeiter und Kapitalisten, als Konsumenten, verkaufen weniger Rente, aber verkaufen sie zu höheren Preisen. Sie verkaufen mehr Nutz-Erträge, aber verkaufen sie billiger. Sonach haben sie nahezu dasselbe Einkommen und können sich ein zum wenigsten gleiches Quantum derselben

Produkte zu denselben Verkaufs-Preisen, die den Herstellungs-Preisen gleich sind, verschaffen; oder es fehlt doch wenig daran.

Und da endlich die verschiedenen Verhältnisse der ein wenig verminderten Seltenheiten der Produkte zu den ebenfalls ein wenig verminderten Seltenheiten des als Werth-Massstab dienenden Produktes stets gleich jenen Verkaufs-Preisen sind, so besteht nahezu Genuss-Maximum, was die Produkte anbetrifft, und Gleichgewicht, was die Preise dieser Produkte anbetrifft; oder es fehlt wenig daran.

Diese Darlegung genügt, um uns den Satz aussprechen zu lassen: — *Ändert in einer fortschreitenden Gesellschaft der Preis der Arbeit oder der Lohn sich nicht erheblich; so steigt der Preis der Rente oder die Pacht erheblich, und der Preis des Nutz-Ertrages oder der Zins fällt erheblich.*

Die Kapitalien sind Produkte. Wenn wir in Betracht ziehen, dass sich aus diesem Grunde ihr Verkaufs-Preis, der gleich dem Herstellungs-Preis ist, nicht ändert, während der Preis des Nutz-Ertrages oder der Zins erheblich fällt, so sehen wir: — *In einer fortschreitenden Gesellschaft fällt der Zinsfuss des Rein-Einkommens erheblich.*

Der Zinsfuss des Rein-Einkommens wird also gegeben durch das Verhältnis des reinen Zinses zum Preise des Kapitals. Hat man ihn einmal gefunden, so findet man den Preis der persönlichen Fähigkeiten und den Preis der Grundstücke, indem man durch ihn den reinen Lohn und die Pacht dividirt. Da nun der Lohn sich nicht erheblich ändert, die Pacht aber erheblich steigt, so folgt: — *Wenn sich in einer fortschreitenden Gesellschaft der Preis der Kapitalien nicht ändert, so steigt der Preis der persönlichen Fähigkeiten nach Massgabe des Sinkens des Zinsfusses des Rein-Einkommens, und der Preis der Grundstücke steigt gleichzeitig nach Massgabe des Sinkens des Zinsfusses des Rein-Einkommens und nach Massgabe des Steigens der Pacht.*

Es ist nicht meine Absicht, hier zu zeigen, in wie weit die dreifache Theorie der Pacht, des Lohnes und des Zinses, welche implicite in meiner Theorie der Bestimmung des Preises der produktiven Dienste enthalten ist, übereinstimmt mit den modernen Theorien oder von ihnen abweicht. Nur, was die Theorie der Rente oder der Pacht betrifft, will ich darauf aufmerksam machen, wie man in der meinigen den Werth der Rente in einer Gesellschaft aus denselben Ursachen, die ihn wachsen lassen, auch entstehen sieht, und aus denselben Ursachen, die ihn entstehen liessen, wachsen sieht; dieser Werth ist stets proportional den Seltenheiten, d. h. den Dringlichkeiten der letzten befriedigten Bedürfnisse, der direkt konsumirten Renten. In einer erst neuerdings von der Jagd, dem Fischfang oder dem Hirtenleben zum Ackerbau übergegangen Gesellschaft findet noch Jeder Grundstücke und Rente nach Bedarf, nicht allein um den Acker zu bestellen, sondern auch um seine Wohnung zu bauen und einen Lust-Garten anzulegen. Die Seltenheiten und somit der Werth der Rente und des Grundes und Bodens sind noch Null. Dagegen

wohnt man in einer zum Gewerbe und Handel übergegangenen Gesellschaft in Häusern von vielen Stockwerken, und Gehölze und Lustgärten verschwinden von Tag zu Tag mehr. Die Seltenheiten und in Folge dessen die Tauschwerthe der Rente und des Grundes und Bodens sind beträchtlich. Die Nationalökonomien, die es auf sich nahmen, uns zu überzeugen, wir bezahlten keine Rente, wenn wir landwirthschaftliche oder sonstige Produkte kauften, sie sollten uns beweisen, dass wir Grund und Boden zu unseren Häusern und unseren Gärten in unbeschränkter Menge hätten, wohl verstanden in denjenigen Orten, wo wir unseren Wohnsitz haben müssen, und nicht etwa in den Einöden Afrikas und Amerikas; doch diesen Beweis, sie geben ihn nicht und werden ihn niemals geben. Auch ist die Wahrheit, dass die stetige, bedeutende Vermehrung des Werthes der Rente und des Grundes und Bodens, zusammen mit der Entwicklung des Kapitals und der Bevölkerung, die wesentliche Charakteristik des wirthschaftlichen Fortschrittes ist, und dass die reine Volkswirtschaftslehre, dadurch dass sie diese Wahrheit als unumstößlich hinstellt, nicht weniger die Lehre vom Staatshaushalt als in anderer Beziehung die angewandte Volkswirtschaftslehre aufklärt.

Schluss.

Die vorstehenden vier Denkschriften enthalten, in Formeln der algebraischen Analysis ausgedrückt, ein volkswirtschaftliches System, dessen zwei Haupt-Bestandtheile sind: die Auseinandersetzung des Mechanismus der freien Konkurrenz in Sachen des Tausches (Angebot und Nachfrage; Hausse und Baisse, Markt- oder Gleichgewichts-Preise), die in §. 3 der I. Denkschrift gegeben ist; und die Auseinandersetzung des Mechanismus der freien Konkurrenz in Sachen der Produktion (Grundstücke und Rente, Personen und Arbeit, Kapitalien und Nutz-Ertrag; Grundeigenthümer, Arbeiter, Kapitalisten; Unternehmer; Gewinnst, Verlust, Gleichheit des Herstellungs- und des Verkaufs-Preises), die in den §§. 1 und 2 der III. Denkschrift gegeben ist. Dank diesen Grund-Anschauungen haben wir:

1) einen Markt der produktiven Dienste, auf welchem Grund-Renten, Person-Arbeiten und Kapital-Nutz-Erträge seitens der Grundeigenthümer, Arbeiter und Kapitalisten zu fallenden Preisen geboten und seitens der Unternehmer zu steigenden Preisen gesucht werden;

2) einen Markt der Produkte, auf welchem konsumirbare Einkünfte und neue Kapitalien seitens der Unternehmer zu fallenden Preisen geboten und seitens der Grundeigenthümer, Arbeiter und Kapitalisten zu steigenden Preisen gesucht werden; und

3) einen Markt des Kapitals, auf welchem das Geld-Kapital zu fallenden Preisen seitens der Kapitalisten geboten und zu steigenden Preisen seitens der Unternehmer gesucht wird.

Und ferner haben wir auch:

- 1) die Preise der produktiven Dienste oder Pachtsummen, Löhne und Zinsen;
- 2) die Preise der Produkte; und
- 3) den Zinsfuß des Rein-Einkommens und folglich die Preise von Grundstücken, Personen und Kapitalien.

Die Nachfrage nach den produktiven Diensten und das Angebot der Produkte werden für die Unternehmer durch die Rücksicht auf Gewinnst und Verlust bestimmt. Das Angebot der produktiven Dienste und die Nachfrage nach den Produkten werden für die Grundeigenthümer, Arbeiter und Kapitalisten durch die Rücksicht auf das Genuss-Maximum bestimmt.

Es wird mich vielleicht Mancher fragen, wie dies schon geschehen ist, ob es denn nothwendig wäre und ob es nicht gar eher schädlich als nützlich sein möchte, eine Lehr-Weise, die an sich einfach und klar genug wäre, unter der mathematischen Form darzustellen. Meine Antwort auf diese Frage ist die folgende:

Eine Theorie aufstellen, ist ein Ding; sie beweisen ist ein anderes. Ich weiss wohl, es werden in der Volkswirtschaftslehre alle Tage sogenannte Beweise gegeben und geglaubt, die im Grunde nur unbewiesene Behauptungen sind. Doch gerade darum bin ich der Ansicht, dass die Volkswirtschaftslehre nicht eher eine Wissenschaft sein wird, als sie dazu gelangen wird, das zu beweisen, was man zu behaupten sich bisher nahezu beschränkt hat. Aber, um zu beweisen, dass die Preise der Waaren, welches messbare Grössen sind, nämlich die Quanta des gegen jene Waaren tauschbaren Werth-Massstabes, in der That sich aus gewissen Data oder Bedingungen ergeben, ist es meiner Ansicht nach ganz unerlässlich: 1) gemäss jenen Data oder Bedingungen ein System von Gleichungen zu formuliren, die der Zahl nach genau gleich der der Unbekannten sind, deren Wurzeln die gesuchten Grössen sind; und 2) nachzuweisen, dass die Verkettung der Phänomene der Wirklichkeit eine empirische Lösung jenes Systems von Gleichungen bildet. Dies habe ich der Reihe nach für den Tausch, für die Produktion und die Kapitalisirung gethan. Und die Anwendung der mathematischen Sprache und Methode hat mir somit gestattet, nicht allein die Gesetze der Bildung der Markt- oder Gleichgewichts-Preise, sondern auch die der Aenderung jener Preise zu beweisen, die Thatsache zu analysiren und hierdurch den Grundsatz der freien Konkurrenz zu begründen. Ohne Zweifel sind Erklärung eines Systems und seine Bestätigung durch Schlussfolgerung zwei verschiedene Dinge, die, wiewohl in meiner Arbeit vereint, doch zur Noth von einander geschieden werden könnten. Ich habe durchaus nichts einzuwenden, dass diejenigen meiner Leser, die Nationalökonomien sind, ohne Mathematiker zu sein, den zweiten dieser beiden Theile bei Seite lassen, um sich ausschliesslich an den ersten zu halten. Sehr wenige von uns sind im Stande die *Mathematischen Grundsätze der Naturphilosophie* von Newton oder die *Mechanik der Gestirne* von Laplace zu lesen; gleichwohl nehmen wir alle, gestützt auf das Urtheil sachverständiger Männer, die Beschreibung für wahr an, die uns von der Welt der astronomischen Phänomene, gestützt auf den Grundsatz der allgemeinen Anziehung, gemacht wird. Warum sollte man nicht in gleicher Weise die Beschreibung der Welt der wirtschaftlichen Phänomene, gestützt

auf den Grundsatz der freien Konkurrenz, für wahr annehmen? Es steht also nichts im Wege, dass man nun den Beweis des Systemes bei Seite lässt, da er geführt ist, und man aus demselben nur die Behauptungen festhält, um sie bei dem Studium der Fragen der angewandten Volkswirtschaftslehre oder der praktischen Volkswirtschaft zu nutzen; was aber mich betrifft, so musste ich neben den Behauptungen auch die Beweise geben, um meine Aufgabe zu erfüllen, eine wahrhaft wissenschaftliche Theorie der Volkswirtschaftslehre hier zu skizziren.

Inhalts-Verzeichnis.

Mathematische Theorie der Preisbestimmung der wirtschaftlichen Güter.

	Seite
Vorbemerkung des Uebersetzers	V
Vorwort	VII
I. Prinzip einer mathematischen Theorie des Tausches	1
§. 1. Aufstellung des Problems des Tausches und der Produktion. Mathematischer Charakter der reinen Volkswirtschaftslehre	1
§. 2. Austausch zweier Waaren	4
§. 3. Definition des Marktes und der Konkurrenz. Nachfrage-Kurven	5
§. 4. Wie die Markt- oder Gleichgewichts-Preise sich aus den Nachfrage-Kurven ergeben	9
§. 5. Wie die Nachfrage-Kurven sich aus der Nützlichkeit und dem Vorrath ergeben	12
§. 6. Analytische Definition des Austausches zweier Waaren. Die Seltenheit als Ursache des Tauschwerthes	15
Correspondenz zwischen Herrn Jevons und Herrn Walras	18
II. Gleichungen des Tausches	23
§. 1. Austausch mehrerer Waaren. Nachfrage-Gleichungen	23
§. 2. Wie die Nachfrage-Gleichungen sich aus der Nützlichkeit und dem Vorrath ergeben	25
§. 3. Wie die Markt- oder Gleichgewichts-Preise sich aus den Nachfrage-Gleichungen ergeben	27
§. 4. Vom allgemeinen Gleichgewicht. System der Gleichungen des Tausches	29
§. 5. Lösung der Gleichungen des Tausches. Bildungs-Gesetz der Gleichgewichts-Preise	33
§. 6. Analytische Definition des Austausches mehrerer Waaren. Aenderungsgesetz der Gleichgewichts-Preise	37

	Seite
III. Gleichungen der Produktion	41
1. Von den drei produktiven Dienste	41
2. Mechanismus der Produktion	43
3. System der Gleichungen der Produktion	47
4. Lösung der Gleichungen der Produktion. Markt der Produkte	52
5. Lösung der Gleichungen der Produktion. Markt der produktiven Dienste. Bildungs-Gesetz der Preise der Produkte und produktiven Dienste	56
6. Analytische Definition der Produktion. Änderungs-Gesetz der Preise der Produkte und produktiven Dienste	61
IV. Gleichungen der Kapitalisirung und des Kredites	66
1. Vom Voll-Einkommen und Rein-Einkommen. Zinsfuß des Rein-Einkommens	66
2. Vom kapitalisierbaren Ueberschuss des Einkommens über den Konsum. Aufstellung des Problems der Kapitalisirung	69
3. System der Gleichungen der Kapitalisirung und des Kredites	74
4. Lösung der Gleichungen der Kapitalisirung und des Kredites. Bildungs-Gesetz des Zinsfußes des Rein-Einkommens	78
5. Analytische Definition der Kapitalisirung und des Kredites. Bedingungen des wirtschaftlichen Fortschritts	85
6. Änderungs-Gesetze der Preise in einer fortschreitenden Gesellschaft	88
Schluss	92

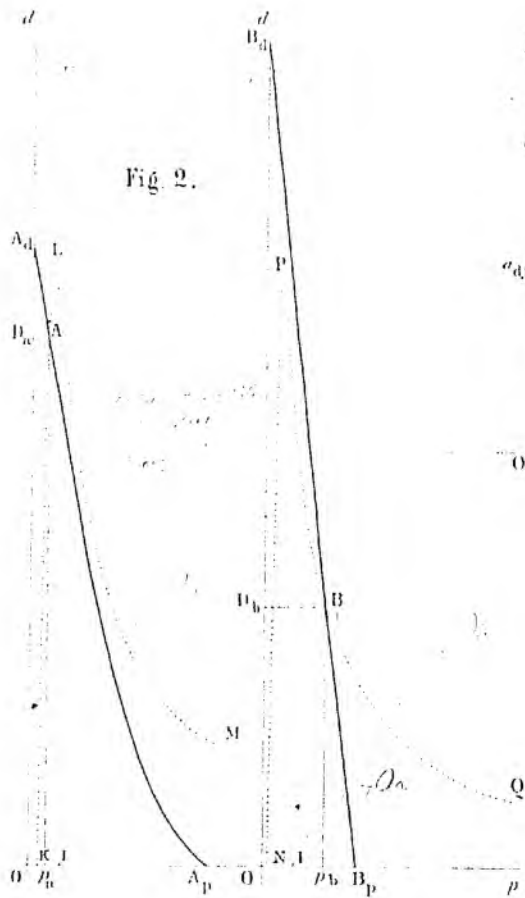


Fig. 2.

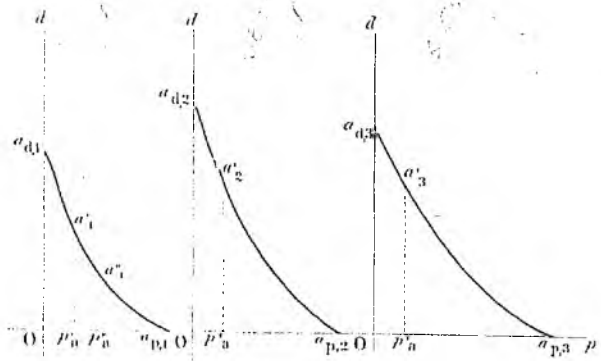


Fig. 1.

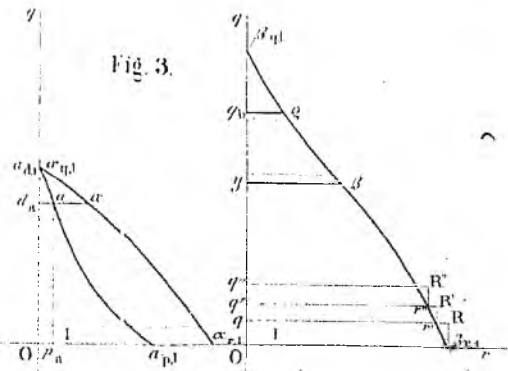


Fig. 3.